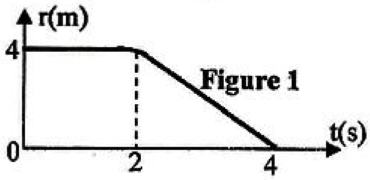
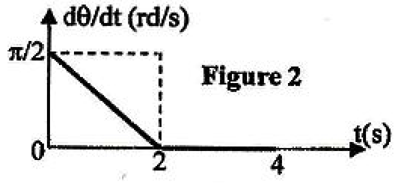
Epreuve Finale Mécanique (Vague 1)

Exercice 1(06.5 points):

Un mobile A, assimilé à un point matériel, se déplace dans le plan (Ox, Oy). Les **figures 1 et 2**, ci-dessous, représentent les évolutions dans le temps de son rayon polaires r(t) et de sa vitesse angulaire $\omega(t)=d\theta/dt$.





1) Sachant que $\theta(0)=0$ rd, tracer la trajectoire du mobile entre 0 et 4 s **sur le document joint** (à remettre avec la copie d'examen)

Echelle : 1 cm ⟶1m

2) Donner les équations paramétriques du mouvement (r(t) et θ(t)) dans chaque phase.
3) Calculer et représenter les vecteurs vitesses aux instants $t_1=1$ s et $t_2=3$ s.

Echelle : 1 cm⟶ 1 m/s

4) Calculer et représenter le vecteur accélération à t =1s (on prend $\pi^2=10$)

On donne : $a_r=\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$, $a_\theta=2\left(\frac{dr}{dt}\right)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)+r\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)$

Echelle : 1 cm⟶ 1 m/s²

5) Quelle est la nature du mouvement du mobile A dans chaque phase ?
6) Un deuxième mobile B se déplace le long de l'axe (Oy) avec une vitesse constante

$$\vec{V}_B=-2\vec{\imath}\ (m/s)$$

Représenter et calculer le vecteur vitesse du mobile A par rapport au mobile B ($\vec{V}_{A/B}$) à l'instant t_2=3s

Exercice 2 (05 points):

Un corps de masse m = 2 kg décrit un mouvement rectiligne suivant l'axe ox, sous l'effet d'une force $\vec{F}=F\vec{\imath}$ qui dérive d'un potentiel. La courbe de l'évolution de l'énergie potentielle de cette masse en fonction de x est donnée **sur la figure 3**.

1- Que représentent les points x_1, x_2 et x_3 ? Justifiez votre réponse.

2- Si on lâche la masse à partir du point x=3m, sans vitesse initiale :

a- Tracer le graphe de l'énergie totale et celui de l'énergie cinétique en fonction de x **sur le document joint** (à remettre avec la copie d'examen).

b- Déduire le mouvement décrit par la masse m dans ce cas.

3- Si l'énergie totale vaut E_T = 8 J, quelle sera la vitesse de la masse en x = 5 m, en quel(s) point(s) aura-t-elle la même vitesse ?

Exercice 3(08.5 points):

On considère une piste constituée de deux plans AB et BC inclinés d'un angle α, d'un plan horizontal CD et d'un plan DE incliné d'un angle β par rapport à l'horizontale(**Figure 4**). Les pistes BC et DE sont lisses.

Les parties I et II sont indépendantes

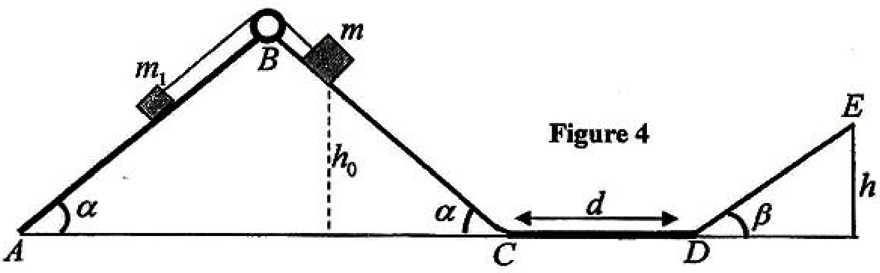


Figure 4

On donne: $m = 3$ kg, $g=10 m/s^2$, $\alpha=30°$, $\beta=45°$, $\mu_{s1}=0.577$, $\mu_{d1}=0.5$, $h_0= 3$ m, $h = 1.75$ m, $d= 2$m.

Partie I :

On s'intéresse à la piste ABC. Les masses m et m_1, assimilées à des points matériels, sont reliées par un fil inextensible de masse négligeable passant à travers une poulie de masse négligeable. Le contact entre la masse m_1 et la piste AB est caractérisé par un coefficient de frottement statique μ_{s1} et dynamique μ_{d1}.

1- Quelle est la valeur maximale de la masse m_{1max} qui empêche la masse m de descendre?

2- Représenter les forces exercées sur les masses à l'échelle : 1cm $\longrightarrow$ 10 N

3- On prend, maintenant m_1=1 kg, déterminer la valeur de l'accélération du système des deux masses.

Partie II :

4- On s'intéresse, maintenant, à la piste BCDE. Le contact entre le corps m et la portion horizontale CD est caractérisé par un coefficient de frottement dynamique μ_{d2}.

On coupe le fil et la masse m est libérée d'une hauteur h_0 sans vitesse initiale.

a- Donner l'expression de la vitesse au point E en fonction de g, h_0, h, μ_{d2} et d.

b- Si la masse m arrive au point D avec une vitesse V_D= 6 m/s quelle est valeur du coefficient de frottement μ_{d2}.

c- Déduire la valeur de la vitesse au point E.

Corrigé de l'Epreuve finale de mécanique (Vague 1)

Exercice 1 (06.5 pts):

1- tracé de la trajectoire: (En regardant les graphes de r(t) et ω(t) on constate qu'il y a deux phases . La 1ère entre 0 et 2 s ou r(t) est constant et θ(t) qui augmente de 0 à π/2 (donc mouvement circulaire. Le 2ème entre 2 et 4s ou r(t) varie de 4m à 0 m et θ(t) reste constant donc mouvement rectiligne.(Voir trajectoire)

t(s)	0	2	4
r(m)	4	4	0
θ(rd)	0	π/2	π/2

2- Equations paramétriques

$0<t<2s : \begin{cases} r(t) = 4m \\ \omega(t) = -\dfrac{\pi}{4}t+\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \theta(t) = \int_0^t \omega(t)dt = -\dfrac{\pi}{8}t^2+\dfrac{\pi}{2}t \end{cases}$ 0.5 0.5

$2<t<4s : \begin{cases} r(t) = -2(t-2)+4 = -2t+8 \\ \omega(t) = 0 \Rightarrow \theta(t) = \int_0^t \omega(t)dt = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$ 0.5 0.5

3- vecteur vitesse à t = 1s et 3s(voir représentation)

$$\vec{v}\begin{cases} v_r = \dfrac{dr}{dt} \\ v_\theta = r\dfrac{d\theta}{dt} \end{cases} \text{à}t=1s : \begin{cases} v_r = 0m/s \\ v_\theta = 3.14m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 4m \\ \theta = \dfrac{3\pi}{8}rd \end{cases} \text{à}t=3s : \begin{cases} v_r = -2m/s \\ v_\theta = 0m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 2m \\ \theta = \dfrac{\pi}{2}rd \end{cases}$$

4- Vecteur accélération à t=1s:

$$\vec{a}\begin{cases} a_r = \dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 \\ a_\theta = 2\left(\dfrac{dr}{dt}\right)\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right) + r\left(\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \text{à}t=1s \begin{cases} a_r = -\dfrac{\pi^2}{4} = -2.5m/s^2 \\ a_\theta = -\pi = -3.14m/s^2 \end{cases}$$

0.5

5- Nature du mouvement :

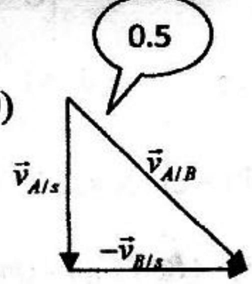
0<t<2s : mouvement circulaire uniformément retardé ($a_t = a_\theta$=cte et $a_\theta.v<0$)

2<t<4s : mouvement rectiligne uniforme car a =0 m/s^2 0.5

6- vitesse de A par rapport à B à t = 3s : $\vec{v}_{A/s} = -2\vec{j}$ et $\vec{v}_{B/s} = -2\vec{i}$

$$\vec{v}_{A/s} = \vec{v}_{A/B} + \vec{v}_{B/s} \Rightarrow \vec{v}_{A/B} = \vec{v}_{A/s} - \vec{v}_{B/s} = 2\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}_{A/B}| = \sqrt{|\vec{v}_{A/s}|^2 + |\vec{v}_{B/s}|^2} = 2\sqrt{2}m/s$$ 0.5

0.5



Exercice 2: (5pts)

1- Les points x_1, x_2 et x_3 sont des extremums du graphe de $E_p(x)$ comme la force F dérive d'un potentiel donc : $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p = -\dfrac{dE_p}{dx}\vec{i}$ 0.5

donc en ces point la force est nulle donc ce sont des positions d'équilibre. 0.5

- x_1 et x_3 sont des maximums de E_p : équilibre instable 0.5
- x_2 est un minimum de E_p : équilibre stable. 0.5

2- en x = 3m v= 0m/s donc E_C (3m)= 0 J et d'après le graphe E_p(3m)=4J donc E_T = 4J = Cte

a- On trace uniquement les endroits ou : $E_C \geq 0$ donc $E_T \geq E_P$ (Voir graphe de E_p).

b- La particule ayant démarré de x = 3m elle décrit donc un mouvement oscillatoire entre x =3 et x = 5 m. 0.5

3- Si on lâche la masse avec une énergie mécanique totale E_T=8J = cte à x = 5 m d'après le graphe de E_p on a E_p(5m)=4J donc $Ec=E_T - E_p$ = 4J et donc : $v=\sqrt{\frac{2E_C}{m}}=2m/s$ 1

Elle aura la même vitesse aux points ou elle a la même énergie cinétique et même énergie potentielle d'après le graphe de Ep c'est aux points x = 3 et x = 7m. 0.5

Exercice 3: (8.5 pts)

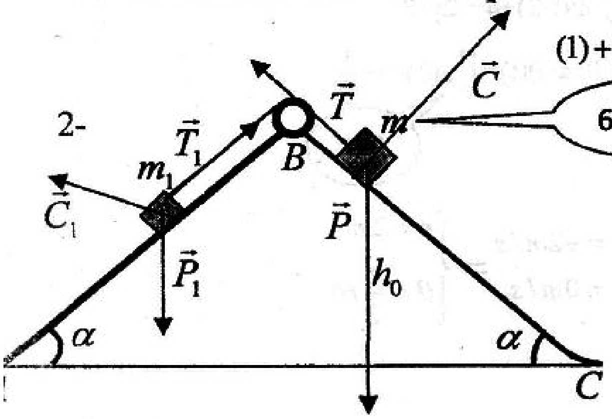
1- $Pour\, m : \vec{P}+\vec{C}+\vec{T}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases} P_x - T = 0 & (1) \\ C - P_y = 0 & (2) \end{cases}$ 2*0.25

$Pour\, m_1 : \vec{P_1}+\vec{C_1}+\vec{T_1}=\vec{0} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - P_{1x} - C_{1x} = 0 & (3) \\ C_{1y} - P_{1y} = 0 & (4) \end{cases}$ 2*0.25

Fil inextensible et masse de poulie négligeable donc : $T = T_1$ et $C_{1x}=\mu_{s1} m_1 g\cos\alpha$ 0.25 0.25

$(1)+(3) \Rightarrow P_x = P_{1x} + C_{1x} \Rightarrow m_1 = \frac{\sin\alpha}{(\sin\alpha + \mu_{s1}\cos\alpha)} m = 1.5kg.$ 1

2-



6*0.25

$P = 30N, P_1 = 15N, T = T_1 = 15N$

$C = P_y = 26N, C_{1y} = 13N$ et $C_{1x} = 7.5N$

1cm $\longrightarrow$ 10N

3- Accélération :

$Pour\, m : \vec{P}+\vec{C}+\vec{T}=m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} P_x - T = ma & (1) \\ C - P_y = 0 & (2) \end{cases}$

$Pour\, m_1 : \vec{P_1}+\vec{C_1}+\vec{T_1}=m_1\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - P_{1x} - C_{1x} = m_1 a & (3) \\ C_{1y} - P_{1y} = 0 & (4) \end{cases}$

Fil inextensible et masse de poulie négligeable donc : $T = T_1$ et $C_{1x}=\mu_{d1} m_1 g\cos\alpha$ 0.5

$(1)+(3) \Rightarrow P_x - (P_{1x}+C_{1x}) = (m+m_1)a \Rightarrow a = \frac{m\sin\alpha - m_1(\sin\alpha + \mu_{d1}\cos\alpha)}{(m+m_1)} g = 1.42 m/s^2.$ 1

4- a- Vitesse au point E: Il y a frottements donc:

$\Delta E_T = W_{Cx} \Rightarrow E_{TE} - E_{TA} = -C_x.CD \Rightarrow \frac{1}{2}mv_E^2 + mgh - mgh_0 = -C_x.CD$

En écrivant la relation fondamentale de la dynamique dans la partie CD on a: 0.5

$\vec{P}+\vec{C}=m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} -C_x = ma & (1) \\ C_y - P = 0 & (2) \end{cases} \Rightarrow C_x = \mu_{d2} mg$

et donc :

$v_E = \sqrt{2g(h_0 - h - \mu_{d2}.d)}$ 0.5

b- Coefficient de frottement :

$\Delta E_T = W_{Cx} \Rightarrow E_{TD} - E_{TA} = -C_x.CD \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - mgh_0 = -\mu_{d2} mg.d$ 0.5

$\mu_{d2} = \frac{2gh_0 - v_D^2}{2g.d} \Rightarrow \mu_{d2} = 0.6$ 1

c- Valeur de la vitesse au point E:

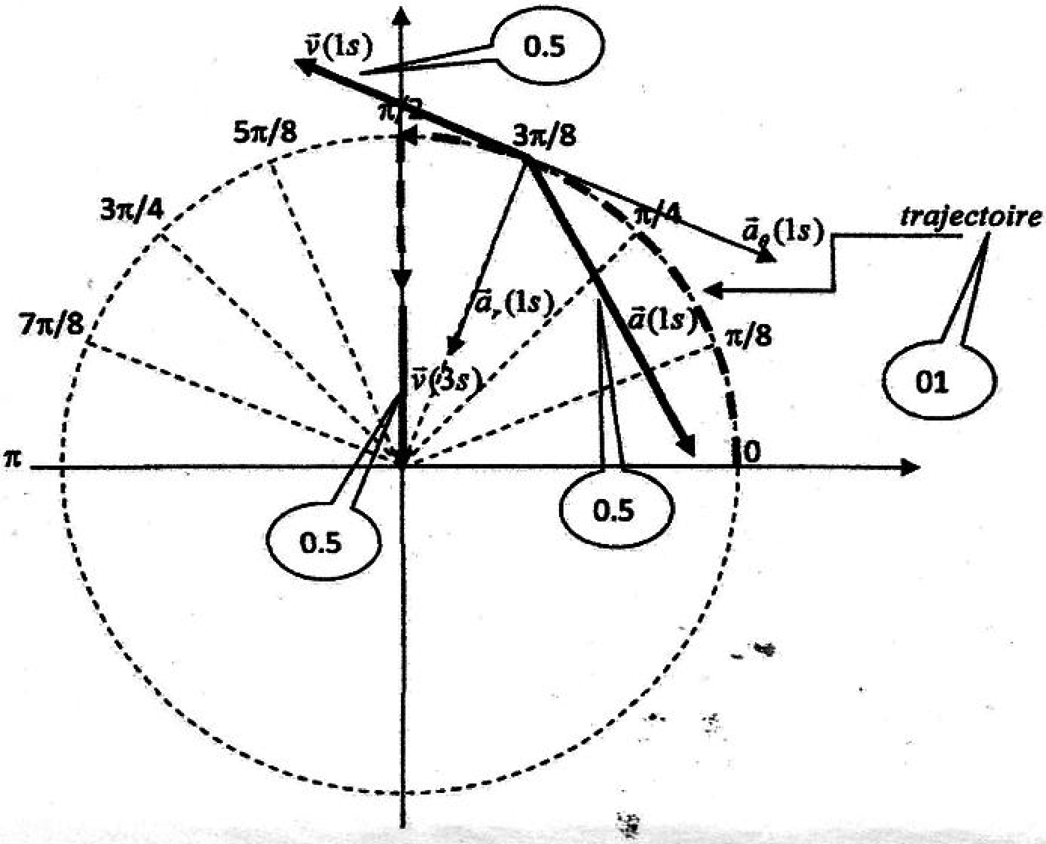
$v_E = \sqrt{2g(h_0 - h - \mu_{d2}.d)} \Rightarrow v_E = 1m/s$ 0.5

Faculté de Physique USTHB Janvier.

Nom : Prénom : Matricule :

(Document à remettre avec la copie)

Exercice 1:



Exercice 2 :