ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Économétrique

I. ***Régression Linéaire Simple.***

1) ***Terminologie.***

2) ***Méthodes des Moindres Carrés Ordinaire MCO.***

3) ***Les propriétés des variables du module.***

4) ***Intervalle de Confiance des Paramètres du Modèle.***

5) ***Décomposition de la Variance.***

6) ***Tests d'Hypothèse.***

7) ***Forme Matricielle.***

8) ***Corrélation.***

9) ***Intervalle de Prévision.***

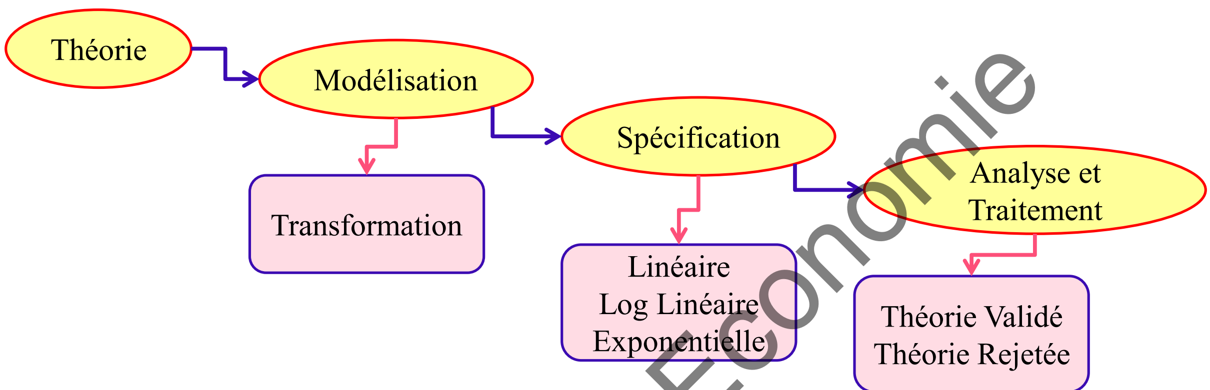
II. ***Régression Linéaire Multiple.***

III. ***Problème de Modélisation.***

Régression Linéaire Simple.

1) Terminologie.

c'est une discipline qui a pour objet l'application des statistiques mathématiques sur donné économique, pour valider ou rejeter une théorie économétrique.



Régression Linéaire Simple.

a) Modèle en série temporelle.

Dans lequel les variables évaluent avec le temps.

$$y_t = a_1 x_t + a_0 + \varepsilon_t \qquad \textit{avec} \quad t = 1,2,....,n$$

x : Variable exogène (Explicative).

y : Variable endogène (Expliqué).

a_0 ; a_1**:** Paramètre du module.

ε : Erreur de Spécification.

b) Modèle en coupe instantanée.

Dans lequel les variables représentent des phénomène observés au mêmes instant chez individués.

$$y_i = a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i \qquad \textit{avec} \quad i = 1,2,....,n$$

Régression Linéaire Simple.

Problème:

a_0 et a_1 par leur estimateur sans baillais $\hat{a}_0$ et $\hat{a}_1$.

Modèle estimé:

$$\hat{y}_i = \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0$$

Résidu:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i$$

MCO:

Sert à minimiser $\sum e_i^2$, donc il s'agit de minimiser $\sum (y_i - \hat{y}_i)^2$.

Séance prochaine

Méthode des Moindres carrés Ordinaire MCO.

ÉCONOMÉTRIQUE

Régression Linéaire Simple.

2) Méthode des Moindres Carrés Ordinaire MCO.

Sert à minimiser $\sum e_i{}^2$, donc il s'agit de minimiser $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$.

Min $\sum e_i{}^2$ = min $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$

= min $\sum (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)^2$

On pense:

f $(a_0, a_1) = \sum (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)^2$

Min f (a_0, a_1) : conditions du 1 ordre.

$$\begin{cases} \dfrac{df}{d\hat{a}_0} = 0 \\ \dfrac{df}{d\hat{a}_1} = 0 \end{cases}$$

Régression Linéaire Simple.

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{df}{d\hat{a}_0} = 0 \\ \frac{df}{d\hat{a}_1} = 0 \end{array}\right.$$

$(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)^2$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$(u(x)^n)' = nu(x)^{n-1} \times u'(x)$

$$\left\{\begin{array}{l} \sum 2(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)(-1) = 0 \\ \sum 2(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0)(-x_i) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sum -2(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \\ \sum -2x_i(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} -2\sum (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \\ -2\sum x_i(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \end{array}\right.$$

You Tube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

$$\left\{\begin{array}{l} \sum (y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \\ \sum x_i(y_i - \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_0) = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sum y_i - \sum \hat{a}_1 x_i - \sum \hat{a}_0 = 0 \\ \sum x_i y_i - \sum x_i \hat{a}_1 x_i - \sum x_i \hat{a}_0 = 0 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \sum y_i - \sum \hat{a}_1 x_i - \sum \hat{a}_0 = 0 \\ \sum x_i y_i - \sum \hat{a}_1 {x_i}^2 - \sum x_i \hat{a}_0 = 0 \end{array}\right.$$

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \rightarrow \sum x_i = n\bar{x}$

$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \rightarrow \sum y_i = n\bar{y}$

$$\left\{\begin{array}{ll} n\bar{y} - \hat{a}_1 n\bar{x} - n\hat{a}_0 = 0 & (1) \\ \sum x_i y_i - \hat{a}_1 \sum {x_i}^2 - \hat{a}_0 n\bar{x} = 0 & (2) \end{array}\right.$$

Régression Linéaire Simple.

1. $n\bar{y} - \hat{a}_1 n\bar{x} - n\hat{a}_0 = 0$

$n(\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x} - \hat{a}_0) = 0$

$\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x} - \hat{a}_0 = 0$

$\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1\bar{x}$

2. $\sum x_i y_i - \hat{a}_1 \sum x_i^2 - \hat{a}_0 n\bar{x} = 0$

$\sum x_i y_i - \hat{a}_1 \sum x_i^2 - (\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x}) n\bar{x} = 0$

$\sum x_i y_i - \hat{a}_1 \sum x_i^2 - n\bar{y}\bar{x} + \hat{a}_1 n\bar{x}^2 = 0$

$\sum x_i y_i - \hat{a}_1 (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2) - n\bar{y}\bar{x} = 0$

$\sum x_i y_i - n\bar{y}\bar{x} = \hat{a}_1 (\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)$

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

Séance prochaine

Les propriétés des variables.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

3) Les propriétés des variable du modèle.

a) Les propriétés de la variable y.

Soit $y_i = a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i$

➔ $E(y_i) = E(a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i)$

$= E(a_1 x_i) + E(a_0) + E(\varepsilon_i)$

$= a_1 x_i + a_0 + 0$

$E(y_i) = a_1 x_i + a_0$

➔ $V(y_i) = V(a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i)$

$= V(a_1 x_i) + V(a_0) + V(\varepsilon_i)$

$= 0 + 0 + \sigma_e{}^2$

$V(y_i) = \sigma_e{}^2$

Régression Linéaire Simple.

b) Les propriétés de la variable $\hat{a}_1$.

- $$\hat{a}_1 = \frac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$$
- $$\hat{a}_1 = \frac{\sum (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$
- $$\hat{a}_1 = \frac{\sum (x_i-\bar{x})y_i}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$

Régression Linéaire Simple.

$$\rightarrow E(\hat{a}_1) = E\left(\frac{\sum (x_i-\bar{x})y_i}{\sum (x_i-\bar{x})^2}\right)$$

$$= E(y_i) \times \frac{\sum (x_i-\bar{x})}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$

$$= (a_1 x_i + a_0) \times \frac{\sum (x_i-\bar{x})}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum (x_i-\bar{x}) a_1 x_i + \sum (x_i-\bar{x}) a_0}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$

$$= \frac{a_1 \sum (x_i-\bar{x}) x_i + a_0 \sum (x_i-\bar{x})}{\sum (x_i-\bar{x})^2}$$

$E(\hat{a}_1) = a_1$

Régression Linéaire Simple.

➔ $V(\hat{a}_1) = V(\frac{\sum(x_i-\bar{x})y_i}{\sum(x_i-\bar{x})^2})$

$= V(y_i) \times \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^4}$

$=\sigma_e{}^2 \times \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^4}$

$= \frac{\sigma_e{}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$

$V(\hat{a}_1)= \frac{\sigma_e{}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$

You Tube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

c) Les propriétés de la variable $\hat{a}_0$.

On a: $\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1\bar{x}$

➔ $E(\hat{a}_0) = E(\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x})$

$= E(\bar{y}) - E(\hat{a}_1\bar{x})$

$= E(\bar{y}) - \bar{x}E(\hat{a}_1)$

$= a_1\bar{x} + a_0 - a_1\bar{x}$

$E(\hat{a}_0) = a_0$

Régression Linéaire Simple.

$\rightarrow V(\hat{a}_0) = V(\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x})$

$= V(\bar{y}) + V(\hat{a}_1\bar{x}) + 2\,COV(\bar{y}\hat{a}_1\bar{x})$

$= V(\bar{y}) + \bar{x}^2 V(\hat{a}_1)$

$= \frac{\sigma_e^2}{n} + \bar{x}^2 \times \frac{\sigma_e^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$

$= \frac{\sigma_e^2 \sum(x_i-\bar{x})^2 + n\bar{x}^2\sigma_e^2}{n\sum(x_i-\bar{x})^2}$

$V(\hat{a}_0)=\sigma_e^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right]$

Séance prochaine

Démonstration sur les propriétés des variables.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

☑ ***Démonstration 1.***

➲ $\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i{}^2 - n\bar{x}^2$

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum(x_i{}^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)$$

$$= \sum x_i{}^2 - 2\sum x_i\bar{x} + \sum \bar{x}^2$$

$$= \sum x_i{}^2 - 2\bar{x}\sum x_i + \sum \bar{x}^2$$

$$= \sum x_i{}^2 - 2\bar{x}n\bar{x} + n\bar{x}^2$$

$$= \sum x_i{}^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

$\sum(x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i{}^2 - n\bar{x}^2$

Régression Linéaire Simple.

☑ Démonstration 2.

➲ $\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum(x_i-\bar{x})\,y_i=\sum x_iy_i-n\overline{xy}$

$$\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum(x_iy_i-x_i\bar{y}-\bar{x}y_i+\overline{xy})$$

$$=\sum x_iy_i-\sum x_i\bar{y}-\sum\bar{x}y_i+\sum\overline{xy}$$

$$=\sum x_iy_i-\bar{y}\sum x_i-\bar{x}\sum y_i+n\overline{xy}$$

$$=\sum x_iy_i-\bar{y}n\bar{x}-\bar{x}n\bar{y}+n\overline{xy}$$

$$=\sum x_iy_i-2n\overline{xy}+n\overline{xy}$$

$$\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum x_iy_i-n\overline{xy}$$

Régression Linéaire Simple.

☑ Démonstration 3.

➲ $\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum(x_i-\bar{x})\,y_i=\sum x_iy_i-n\overline{xy}$

$$\sum(x_i-\bar{x})\,y_i=\sum(x_iy_i-\bar{x}y_i)$$

$$=\sum x_iy_i-\sum\bar{x}y_i$$

$$=\sum x_iy_i-\bar{x}\sum y_i$$

$$\sum(x_i-\bar{x})\,y_i=\sum x_iy_i-n\overline{xy}$$

Régression Linéaire Simple.

☑ Démonstration 4.

➲ $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$

$$\sum(x_i - \bar{x}) = \sum x_i - \sum \bar{x}$$

$$= n\bar{x} - n\bar{x}$$

$$\sum(x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum(y_i - \bar{y}) = 0$$

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

☑ Démonstration 5.

➲ $\sum(x_i - \bar{x})x_i = \sum {x_i}^2 - n\bar{x}^2$

$$\sum(x_i - \bar{x})x_i = \sum(x_i^2 - \bar{x}x_i)$$

$$= \sum {x_i}^2 - \sum \bar{x}x_i$$

$$= \sum {x_i}^2 - \bar{x}\sum x_i$$

$$\sum(x_i - \bar{x})x_i = \sum {x_i}^2 - n\bar{x}^2$$

Régression Linéaire Simple.

☑ **Démonstration 6.**

➲ $E(\bar{y}) = a_1\bar{x} + a_0$

$$E(\bar{y}) = E\left(\frac{\sum y_i}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n} E\left(\sum y_i\right)$$

$$= \frac{1}{n} \sum E\left(y_i\right)$$

$$= \frac{1}{n} \sum (a_1 x_i + a_0)$$

$$= \frac{1}{n} \left(\sum a_1 x_i + \sum a_0\right)$$

$$= \frac{1}{n} (a_1 n\bar{x} + n a_0)$$

$$E(\bar{y}) = a_1\bar{x} + a_0$$

Régression Linéaire Simple.

☑ **Démonstration 7.**

➲ $V(\bar{y}) = \frac{{\sigma_e}^2}{n}$

$$V(\bar{y}) = V\left(\frac{\sum y_i}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} V\left(\sum y_i\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} \sum V\left(y_i\right)$$

$$= \frac{1}{n^2} \sum {\sigma_e}^2$$

$$= \frac{1}{n^2} (n{\sigma_e}^2)$$

$$V(\bar{y}) = \frac{{\sigma_e}^2}{n}$$

Séance prochaine

Intervalle de Confiance des Paramètres du Modèle.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

4) Intervalle de confiance des paramètres du modèle.

a) Intervalle de confiance de a_1.

$$IC\ a_1 = \left[\hat{a}_1 \mp t_{\alpha/2} \times \sigma_{\hat{a}_1}\right]$$

- ✓ $\hat{a}_1 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$
- ✓ $\hat{a}_1 = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$
- ✓ $\hat{a}_1 = \frac{COV(x,y)}{V(x)}$
- ✓ $\sigma_{\hat{a}_1} = \sqrt{V(\hat{a}_1)}$
- ✓ $V(\hat{a}_1) = \frac{\sigma_e^2}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$

Régression Linéaire Simple.

➔ $\boldsymbol{Si\ n \geq 30} \rightarrow la\ distribution\ \hat{a}_1 est\ normal.$

Table normal centré réduite.

α	1%	2%	5%	10%
$t\alpha/_2$	2,58	2,33	1,86	1,65

➔ $\boldsymbol{Si\ n < 30} \rightarrow Table\ de\ student.$

$1-\frac{\alpha}{2}$;(n-2) ddl

	$1-\frac{\alpha}{2}$
n-2	$t\alpha/_2$

Régression Linéaire Simple.

b) Intervalle de confiance de a_0.

$\text{IC } a_0 = \left[\hat{a}_0 \mp t_{\alpha/_2} \times \sigma_{\hat{a}_0}\right]$

- ✓ $\hat{a}_0 = \bar{y} - \hat{a}_1\bar{x}$
- ✓ $\sigma_{\hat{a}_0} = \sqrt{V(\hat{a}_0)}$
- ✓ $V(\hat{a}_0) = \sigma_e{}^2\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}\right]$

c) Intervalle de prévision.

$$y_{n+1} = \hat{y}_{n+1} \mp t\alpha/_2\sigma_e\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_{n+1} + \bar{x})^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2} + 1}$$

Séance prochaine

Décomposition de la variance.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

5) Décomposition de la variance.

a) Somme Carré Régression (SCReg).

➲ **$SCReg = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum \hat{y}_i{}^2 - n\bar{y}^2$**

➢ $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum(\hat{y}_i^2 - 2\hat{y}_i\bar{y} + \bar{y}^2)$

$$= \sum \hat{y}_i{}^2 - 2\sum \hat{y}_i\bar{y} + \sum \bar{y}^2$$

$$= \sum \hat{y}_i{}^2 - 2\bar{y}\sum \hat{y}_i + n\bar{y}^2$$

$$= \sum \hat{y}_i{}^2 - 2\bar{y}\sum y_i + n\bar{y}^2$$

$$= \sum \hat{y}_i{}^2 - 2\bar{y}n\bar{y} + n\bar{y}^2$$

$$= \sum \hat{y}_i{}^2 - 2n\bar{y}^2 + n\bar{y}^2$$

➢ $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum \hat{y}_i{}^2 - n\bar{y}^2$

SCReg $= \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum \hat{y}_i{}^2 - n\bar{y}^2$

Démonstration 1:

➲ **$\sum \hat{y}_i = \sum y_i$**

On a: $\sum e_i = 0$

$$\sum (y_i - \hat{y}_i) = 0$$

$$\sum y_i - \sum \hat{y}_i = 0$$

$$\sum \hat{y}_i = \sum y_i$$

Régression Linéaire Simple.

- $SCReg = \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$
- $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum(\hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0 - \bar{y})^2$

$$= \sum(\hat{a}_1 x_i + (\bar{y} - \hat{a}_1\bar{x}) - \bar{y})^2$$
$$= \sum(\hat{a}_1 x_i - \hat{a}_1\bar{x})^2$$
$$= \sum(\hat{a}_1(x_i - \bar{x}))^2$$
$$= \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$$

SCReg $= \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2$

$SCReg = \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$

Régression Linéaire Simple.

b) Somme Carré Résiduel (SCRes).

- $SCRes = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum y_i^2 - \sum \hat{y}_i^2$
- $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum(y_i^2 - 2y_i\hat{y}_i + \hat{y}_i^2)$

$$= \sum y_i^2 - 2\sum y_i\hat{y}_i + \sum \hat{y}_i^2$$
$$= \sum y_i^2 - 2\sum \hat{y}_i^2 + \sum \hat{y}_i^2$$
$$= \sum y_i^2 - \sum \hat{y}_i^2$$

$SCRes = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum y_i^2 - \sum \hat{y}_i^2$

Régression Linéaire Simple.

Démonstration 2:

$\sum \hat{y}_i^2 = \sum y_i \hat{y}_i$

$$\sum \hat{y}_i^2 = \sum (\hat{a}_1 x_i + \hat{a}_0)^2$$

$$= \sum (\hat{a}_1 x_i + \bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x})^2$$
$$= \sum (\hat{a}_1 (x_i - \bar{x}) + \bar{y})^2$$
$$= \sum (\hat{a}_1^2 (x_i - \bar{x})^2 + 2\hat{a}_1 (x_i - \bar{x})\bar{y} + \bar{y}^2)$$
$$= \hat{a}_1^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + 2\bar{y}\hat{a}_1 \sum (x_i - \bar{x}) + \sum \bar{y}^2$$
$$= \hat{a}_1^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum \bar{y}^2$$
$$= \hat{a}_1^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + n\bar{y}^2$$

YouTube: Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

$$= \hat{a}_1^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 + n\bar{y}^2$$
$$= \hat{a}_1 \hat{a}_1 \sum (x_i - \bar{x})^2 + n\bar{y}\bar{y}$$
$$= \hat{a}_1 \frac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sum (x_i - \bar{x})^2 + \sum y_i \bar{y}$$
$$= \hat{a}_1 \sum (x_i - \bar{x}) y_i + \sum y_i \bar{y}$$
$$= \hat{a}_1 y_i \sum (x_i - \bar{x}) + \sum y_i \bar{y}$$
$$= \sum (y_i \bar{y} + (x_i - \bar{x}) \hat{a}_1 y_i)$$
$$= \sum (y_i (\bar{y} + (x_i - \bar{x}) \hat{a}_1))$$
$$= \sum (y_i (\bar{y} + \hat{a}_1 x_i - \hat{a}_1 \bar{x}))$$
$$= \sum (y_i (\bar{y} - \hat{a}_1 \bar{x} + \hat{a}_1 x_i))$$
$$= \sum (y_i (\hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_i)) \rightarrow = \sum (y_i (\hat{y}_i))$$

$$\sum \hat{y}_i^2 = \sum y_i \hat{y}_i$$

Régression Linéaire Simple.

c) Somme Carré Total (SCT).

➲ $SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum {y_i}^2 - n\bar{y}^2$

- $\sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum(y_i^2 - 2y_i\bar{y} + \bar{y}^2)$

$$= \sum {y_i}^2 - 2\sum y_i\bar{y} + \sum \bar{y}^2$$
$$= \sum {y_i}^2 - 2\bar{y}\sum y_i + n\bar{y}^2$$
$$= \sum {y_i}^2 - 2\bar{y}n\bar{y} + n\bar{y}^2$$
$$= \sum {y_i}^2 - 2n\bar{y}^2 + n\bar{y}^2$$

- $\sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum {y_i}^2 - n\bar{y}^2$

SCT= $\sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum {y_i}^2 - n\bar{y}^2$

You Tube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

➲ $SCT = SCReg + SCRes$

On sait que:

- ✓ **SCReg** $= \sum {\hat{y}_i}^2 - n\bar{y}^2$
- ✓ ***SCRes*** $= \sum {y_i}^2 - \sum {\hat{y}_i}^2$

$SCReg + SCRes = \sum {\hat{y}_i}^2 - n\bar{y}^2 + \sum {y_i}^2 - \sum {\hat{y}_i}^2$

$SCReg + SCRes = \sum {y_i}^2 - n\bar{y}^2 = SCT$

$SCT = SCReg + SCRes$

Régression Linéaire Simple.

d) Variation totale (R^2).

➲ $R^2 = \frac{SCReg}{SCT}$

On a:

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})\, y_i}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{a}_1{}' = \frac{\sum(x_i - \bar{x})\, y_i}{\sum(y_i - \bar{y})^2}$$

Régression Linéaire Simple.

On sait que:

$$R^2 = \hat{a}_1 \times \hat{a}_1{}'$$

$$= \hat{a}_1 \times \frac{\sum(x_i-\bar{x})y_i}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

$$= \hat{a}_1 \times \frac{\hat{a}_1 \sum(x_i-\bar{x})^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

$$= \frac{\hat{a}_1{}^2 \sum(x_i-\bar{x})^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{SCReg}{SCT}$$

Séance prochaine

Test d'hypothèse.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

7) Test d'hypothèse

a) Test de Student sur a_1 et a_0.

➲ ***Etape 1: Formulation des hypothèses.***

$$\begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 > 0 \end{cases}$$

➲ ***Etape 2: Fonction Discriminante.***

$$|t_c| = \frac{\hat{a}_1 - a_1}{\sigma_{\hat{a}_1}}$$

$$t_{th} = \begin{cases} n \geq 30 \rightarrow \textit{Loi Normale} \\ n < 30 \rightarrow \textit{Loi Student} \end{cases}$$

Régression Linéaire Simple.

Etape 3: la prise de décision.

$$|t_c| \geq t_{th} \rightarrow R.\ H_0$$

☑ *Le modèle est statistiquement significatif.*

$$|t_c| < t_{th} \rightarrow A.\ H_0$$

☑ *Le modèle est statistiquement n'a pas significatif.*

Régression Linéaire Simple.

b) Test de Fisher sur a_1 et a_0.

Etape 1: Formulation des hypothèses.

$$\begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 > 0 \end{cases}$$

Etape 2: Fonction Discriminante.

$$F_c = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

$$F_c = (|t_c|)^2$$

$$F_{th} = (\alpha; k; n-k-1)$$

Régression Linéaire Simple.

➲ *Etape 3: la prise de décision.*

$$F_c \geq F_{th} \rightarrow R.\ H_0$$

☑ *Le modèle est globalement significatif.*

$$F_c < F_{th} \rightarrow A.\ H_0$$

☑ *Le modèle n'est pas globalement significatif.*

Régression Linéaire Simple.

☑ *Démonstration.*

➲ $F_c = (|t_c|)^2$

Tableau ANOVA:

Source variation	ddl	SC	MC	FC
Régression	k	SCReg	$\frac{SCReg}{k}$	$\frac{MCReg}{MCRes} = \frac{SCReg/K}{SCRes/n-k-1}$
Résiduelle	n-k-1	SCRes	$\frac{SCRes}{n-k-1}$	
Totale	n-1	SCT	$\frac{SCT}{n-1}$	

Régression Linéaire Simple.

$F_c = (|t_c|)^2$

$$F_c = \frac{MCReg}{MCRes}$$

$$= \frac{SCReg/_K}{SCRes/_{n-k-1}} \quad \text{avec } k=1$$

$$= \frac{SCReg}{SCRes/_{n-2}}$$

- $\sigma_e{}^2 = \frac{SCRes}{n-2}$
- $\sigma_{\hat{a}_1}{}^2 = \frac{\sigma_e{}^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$

$\sigma_e{}^2 = \sigma_{\hat{a}_1}{}^2 \sum(x_i - \bar{x})^2$

- $SCReg = \hat{a}_1{}^2 \sum(x_i - \bar{x})^2$

$$F_c = \frac{SCReg}{SCRes/_{n-2}}$$

$$= \frac{\hat{a}_1{}^2 \sum(x_i-\bar{x})^2}{\sigma_{\hat{a}_1}{}^2 \sum(x_i-\bar{x})^2}$$

$$= \frac{\hat{a}_1{}^2}{\sigma_{\hat{a}_1}{}^2}$$

$F_c = (|t_c|)^2$

Séance prochaine

La Forme Matricielle

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

8) La Forme Matricielle.

a) Forme matricielle du modèle : $\mathbf{y_i = a_0 + a_1x_i + \varepsilon_i}$

Soit le modèle suivant:

$y_1 = a_0 + a_1x_1 + \varepsilon_1$ *avec i =1,2,....,n*

$y_2 = a_0 + a_1x_2 + \varepsilon_2$

$y_3 = a_0 + a_1x_3 + \varepsilon_3$

$\vdots$

$y_n = a_0 + a_1x_n + \varepsilon_n$

YouTube: Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

On pense que:

$A = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \rightarrow (\mathbf{2}; \mathbf{1})$

$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n}; \mathbf{1})$

$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n}; \mathbf{1})$

$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n}; \mathbf{2})$

YouTube: Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

Le modèle estimé: $\widehat{Y} = X\widehat{A}$

$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix} \rightarrow (\mathbf{2}; \mathbf{1})$

$\widehat{\boldsymbol{A}} = (\boldsymbol{X'X})^{-1}\boldsymbol{X'Y}$

$\boldsymbol{X'} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix} \rightarrow (\mathbf{2}; \boldsymbol{n})$

$\boldsymbol{X'X} = \begin{pmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum {x_i}^2 \end{pmatrix} \rightarrow (2; 2)$

$\boldsymbol{X'Y} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{pmatrix} \rightarrow (\mathbf{2}; \mathbf{1})$

Régression Linéaire Simple.

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{Det(X'X)} \times t.Com(X'X)$$

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{pmatrix} \rightarrow (2;2)$$

$$t.Com(X'X) = \begin{pmatrix} \sum x_i^2 & -\sum x_i \\ -\sum x_i & n \end{pmatrix}$$

Régression Linéaire Simple.

La matrice des variances et covariances (COVA).

$$\omega_{\hat{A}} = \sigma_e^2 (X'X)^{-1}$$

$$\omega_{\hat{A}} = \begin{pmatrix} V(\hat{a}_0) & Cov(\hat{a}_1;\hat{a}_0) \\ Cov(\hat{a}_1;\hat{a}_0) & V(\hat{a}_1) \end{pmatrix}$$

Régression Linéaire Simple.

b) Forme matricielle du modèle : $y_i = a_1 x_i + a_0 + \varepsilon_i$

Soit le modèle suivant:

$y_1 = a_1 x_1 + a_0 + \varepsilon_1$ *avec i =1,2,....,n*

$y_2 = a_1 x_2 + a_0 + \varepsilon_2$

$y_3 = a_1 x_3 + a_0 + \varepsilon_3$

$\vdots$

$y_n = a_1 x_n + a_0 + \varepsilon_n$

Régression Linéaire Simple.

On pense que:

$A = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \rightarrow (2;1)$

$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \rightarrow (n;1)$

$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \rightarrow (n;1)$

$X = \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (n;2)$

Régression Linéaire Simple.

Le modèle estimé: $\widehat{Y} = X\widehat{A}$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix} \rightarrow (2;1)$$

$$\widehat{A} = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$X' = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \cdots & x_n \\ 1 & 1 \ \cdots & 1 \end{pmatrix} \rightarrow (2;n)$$

$$X'X = \begin{pmatrix} \sum x_i^{\ 2} & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \rightarrow (2;2)$$

$$X'Y = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix} \rightarrow (2;1)$$

You Tube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Simple.

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{Det(X'X)} \times t.Com(X'X)$$

$$X'X = \begin{pmatrix} \sum x_i^{\ 2} & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{pmatrix} \rightarrow (2;2)$$

$$t.Com(X'X) = \begin{pmatrix} n & -\sum x_i \\ -\sum x_i & \sum x_i^{\ 2} \end{pmatrix}$$

Régression Linéaire Simple.

La matrice des variances et covariances (COVA).

$$\omega_{\hat{A}} = \sigma_e{}^2 (X'X)^{-1}$$

$$\omega_{\hat{A}} = \begin{pmatrix} V(\hat{a}_1) & Cov(\hat{a}_1;\hat{a}_0) \\ Cov(\hat{a}_1;\hat{a}_0) & V(\hat{a}_0) \end{pmatrix}$$

Séance prochaine

Corrélation

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Simple.

9) Corrélation.

a) Coefficient de détermination R².

➔ $R^2 = \frac{Cov\,(x,y)^2}{V(x)V(y)}$

✓ $Cov\,(x,y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} = \bar{x}\bar{y}$

✓ $V(x) = \frac{\sum {x_i}^2}{n} = \bar{x}^2$

✓ $V(y) = \frac{\sum {y_i}^2}{n} = \bar{y}^2$

➔ $R^2 = \frac{SCReg}{SCT}$

➔ $R^2 = 1 - \frac{SCRes}{SCT}$

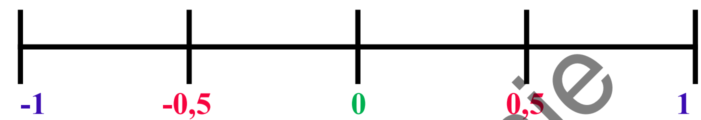
➔ $R^2 = F_c \times \left[\frac{(1-R^2)}{(n-k-1)}\right]$

Régression Linéaire Simple.

b) Coefficient de corrélation r.

➔ $R^2 = \dfrac{Cov\,(x,y)^2}{V(x)V(y)}$

➔ $r = \sqrt{R^2} = \dfrac{Cov\,(x,y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$



- **r = (-1 ou 1) : Corrélation Parfaite.**
- **r $\in \,]-1;-0,5[\; ou\;]0,5\,;\; 1[$: Corrélation Très Forte.**
- **r $\in \,]-0,5\,;0[\; ou\;]0\,;0,5[$: Corrélation Faible.**
- **r = (-0,5 ou 0,5) : Corrélation Forte.**
- **r = 0 : Corrélation Nulle.**

Séance prochaine

Régression Linéaire Multiple

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Multiple.

1) Modèle de Régression Multiple.

$y_i = a_0 + a_1 x_i + a_2\, x_i + \cdots + a_k x_{ik} + \varepsilon_i$

Le modèle estimé:

$\hat{y}_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x_i + \hat{a}_2\, x_i + \cdots + \hat{a}_k x_{ik}$

Avec : $e_i = y_i - \hat{y}_i$

→ ***La méthode des MCO: cherche à minimiser*** $e_i^{\,2}$

Afin de pouvoir résoudre plus facilement ce problème, nous allons introduire la forme matricielle.

Régression Linéaire Multiple.

On a:

$y_1 = a_0 + a_1 x_{11} + a_2\, x_{12} + \dots + a_k x_{1k}$ ***avec i =1***

$y_2 = a_0 + a_1 x_{21} + a_2\, x_{22} + \dots + a_k x_{2k}$ ***avec i =2***

$y_3 = a_0 + a_1 x_{31} + a_2\, x_{32} + \dots + a_k x_{3k}$ ***avec i =3***

$\vdots$

$y_n = a_0 + a_1 x_{n1} + a_2\, x_{n2} + \dots + a_k x_{nk}$ ***avec i =n***

Régression Linéaire Multiple.

On pense que:

$$A = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{k+1;1})$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n;1})$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n;k+1})$$

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \rightarrow (\boldsymbol{n;1})$$

Régression Linéaire Multiple.

➔ L'écriture matricielle: $Y = XA + e$

➔ Le modèle estimé: $\hat{Y} = X\hat{A}$

$Min \sum e_i^2$: condition 1° ordre.

$$\frac{de_i^2}{\hat{A}} = 0$$

A retenir:

- ✓ $(X\hat{A})' = \hat{A}'X'$
- ✓ $(Y'X\hat{A})' = \hat{A}'X'Y = Y'X\hat{A}$

Démonstration 1:

- $\hat{A} \rightarrow (k+1; 1)$
- $\hat{A}' \rightarrow (1; k+1)$
- X→ $(n; k+1)$
- X'→ $(k+1; n)$
- Y→ $(n; 1)$
- Y'→ $(1; n)$
- $\hat{A}'X'Y \rightarrow (1;1)$ scalaire.

(1;k+1) (k+1;n) (n;1)

$(Y'X\hat{A})' = \hat{A}'X'Y = Y'X\hat{A}$

Régression Linéaire Multiple.

$Min \sum e_i^2 = e'e$ avec $e = Y - \hat{Y}$

$$\sum e_i^2 = e'e$$

$$= (Y - \hat{Y})'(Y - \hat{Y})$$

$$= (Y - X\hat{A})'(Y - X\hat{A})$$

$$= (Y' - X'\hat{A}')(Y - X\hat{A})$$

$$= Y'Y - Y'X\hat{A} - X'\hat{A}'Y + X'\hat{A}'X\hat{A}$$

$$\sum e_i^2 = e'e = Y'Y - 2X'\hat{A}'Y + X'\hat{A}'X\hat{A}$$

Régression Linéaire Multiple.

$\sum e_i{}^2 = e'e = \mathrm{Y}'\mathrm{Y} - 2X'\hat{A}'\mathrm{Y} + X'\hat{A}'X\hat{A}$

$$\frac{d(e'e)}{\hat{A}} = 0$$

$\Rightarrow$ $-2X'\mathrm{Y} + 2X'X\hat{A} = 0$

$$-X'\mathrm{Y} + X'X\hat{A} = 0$$

$$X'X\hat{A} = X'\mathrm{Y}$$

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'Y}$$

Régression Linéaire Multiple.

$$\boldsymbol{X'X} = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} & \cdots & \sum x_{ik} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i2} & \cdots & \sum x_{ik} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i2} & \sum x_{i2}^2 & \cdots & \sum x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \sum x_{i3}^2 & \vdots \\ \sum x_{n1} & \sum x_{n2} & \sum x_{n3} & \cdots & \sum x_{nk}^2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{X'Y} = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{i1}y_i \\ \sum x_{i2}y_i \\ \vdots \\ \sum x_{ik}y_i \end{pmatrix}$$

Avec $(X'X)^{-1}$ *même dimension de* $(X'X)$

➲ ***La matrice des variances et covariances (COVA).***

$$\boldsymbol{\omega_{\hat{A}} = \sigma_e{}^2(X'X)^{-1}}$$

Séance prochaine

Les propriétés des paramètres du modèle RLM.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Multiple.

2) Les propriétés des variable du modèle.

a) Les propriétés de la variable y.

Soit $y = xA + e$

➔ $E(y) = E(xA + e)$

$= E(xA) + E(e)$

$= xA + 0$

$E(y) = xA$

➔ $V(y) = V(xA + e)$

$= V(xA) + V(e)$

$= 0 + \sigma_e{}^2 In$

$V(y) = \sigma_e{}^2 In$

Régression Linéaire Multiple.

b) Les propriétés de la variable $\hat{A}$.

On a: $\hat{A} = (X'X)^{-1}X'Y$

➔ $E(\hat{A}) = E\,[(X'X)^{-1}.X'Y\,]$

$= (X'X)^{-1}.X'\,E(y)$

$= (X'X)^{-1}X'\,XA$

A retenir:

$A^{-1}A = AA^{-1} = I$

$E(\hat{A}) = A$

You Tube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

➔ $V(\hat{A}) = V\,[(X'X)^{-1}.X'Y]$

$= [(X'X)^{-1}X']\,[(X'X)^{-1}X']\,'V(y)$

$= [(X'X)^{-1}X'](X')'\,[(X'X)^{-1}]\,'\,V(y)$

$= [(X'X)^{-1}X']\;X[(X'X)^{-1}]\;\sigma_e{}^2 In$

$V(\hat{A})=[(X'X)^{-1}]\;\sigma_e{}^2$

Séance prochaine

Décomposition de la variance.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Multiple.

3) *Décomposition de la variance.*

a) *Somme Carré Régression (SCReg).*

- $SCReg = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \sum \hat{y}_i{}^2 - n\bar{y}^2$
- $SCReg = \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$

b) *Somme Carré Résiduel (SCRes).*

- $SCRes = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum y_i{}^2 - \sum \hat{y}_i{}^2$

c) *Somme Carré Total (SCT).*

- $SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i{}^2 - n\bar{y}^2$
- $SCT = SCReg + SCRes$

d) *Coefficient de Détermination(R^2).*

- $R^2 = \frac{SCReg}{SCT}$

Régression Linéaire Multiple.

e) Coefficient de corrélation(r^2).

➲ $R^2 = r^2$

On a:

$y_i = b + ax_i + e_i$

- $a = \frac{Cov(x,y)}{V(x)} \rightarrow Cov(x;y) = a \times V(x)$
- $V(x) = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$
- $b = \frac{Cov(x,y)}{V(y)} \rightarrow Cov(x;y) = b \times V(y)$
- $V(y) = \frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}$

Régression Linéaire Multiple.

- $R^2 = \frac{SCReg}{SCT}$
- $SCReg = \hat{a}_1 \sum(x_i - \bar{x})^2$
- $SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2$
- $r = \frac{Cov(x,y)}{\sigma x \, \sigma y}$

➔ $r^2 = \frac{Cov(x,y)^2}{\sigma x^2 \, \sigma y^2}$

$= \frac{Cov(x,y)^2}{V(x)V(y)}$

$= \frac{Cov(x,y)^2 / V(x)}{V(y)}$

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

$$= \frac{\left[{Cov(x,y)}/{V(x)}\right] Cov(x,y)}{V(y)}$$

$$= \frac{a\, Cov(x,y)}{V(y)}$$

$$= \frac{a\,(a\,V(x))}{V(y)}$$

$$= \frac{a^2\, V(x)}{V(y)}$$

$$= \frac{a^2 \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}{\frac{\sum(y_i-\bar{y})^2}{n}}$$

$$= \frac{a^2 \sum(x_i-\bar{x})^2}{\sum(y_i-\bar{y})^2} = \frac{SCReg}{SCT}$$

$$r^2 = R^2$$

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

f) Coefficient de détermination ajusté ($\bar{R}^2$) .

➲ $\bar{R}^2 = 1 - \frac{(n-1)}{n-k-1}(1-R^2)$

Noter que :

$\bar{R}^2 \leq R^2$

$$\sigma_e^{\,2} = \frac{SCRes}{n-k-1} = \frac{\sum e_i^{\,2}}{n-k-1} = \frac{e'e}{n-k-1}$$

Régression Linéaire Multiple.

Tableau ANOVA:

Source variation	ddl	SC	MC	FC
Régression	k	SCReg	$\frac{SCReg}{k}$	$\frac{MCReg}{MCRes} = \frac{SCReg/K}{SCRes/n-k-1}$
Résiduelle	n-k-1	SCRes	$\frac{SCRes}{n-k-1}$	
Totale	n-1	SCT	$\frac{SCT}{n-1}$	

Séance prochaine

Test d'hypothèse.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Régression Linéaire Multiple.

4) Test d'hypothèse

a) Test de signification individuelle: Test de Student.

➲ ***Etape 1: Formulation des hypothèses.***

$$\begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} H_0: a_1 = 0 \\ H_1: a_1 > 0 \end{cases}$$

➲ ***Etape 2: Fonction Discriminante.***

$$|t_c| = \frac{\hat{a}_1 - a_1}{\sigma_{\hat{a}_1}}$$

$$t_{th} = \begin{cases} n \geq 30 \rightarrow \textit{Loi Normale} \\ n < 30 \rightarrow \textit{Loi Student} \end{cases}$$

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

➲ *Etape 3: la prise de décision.*

$$|t_c| \geq t_{th} \rightarrow R.\ H_0$$

☑ ***Le modèle est statistiquement significatif.***

$$|t_c| < t_{th} \rightarrow A.\ H_0$$

☑ ***Le modèle est statistiquement n'a pas significatif.***

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

b) Test de signification Globale : Test de Fisher.

➲ *Etape 1: Formulation des hypothèses.*

$$\begin{cases} H_0: a_1 = a_2 = \cdots = 0 \\ H_1: il\ existe\ au\ moins\ un\ a_i \neq 0 \end{cases}$$

➲ *Etape 2: Fonction Discriminante.*

$$F_c = \frac{R^2/k}{(1-R^2)/(n-k-1)}$$

$$F_c = (|t_c|)^2$$

$$F_{th} = (\alpha; k; n-k-1)$$

Régression Linéaire Multiple.

- *Etape 3: la prise de décision.*

$$F_c \geq F_{th} \rightarrow R.\, H_0$$

- ☑ *Le modèle est globalement significatif.*

$$F_c < F_{th} \rightarrow A.\, H_0$$

- ☑ *Le modèle n'est pas globalement significatif.*

Séance prochaine

Problème de Modélisation

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Problème de Modélisation.

III. Problème de Modélisation.

1) Problème d'autocorrélation des erreurs.

$$y_t = a_1 x_t + a_0 + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$$

a) Les causes d'autocorrélation.

- ✓ *La mauvaise spécification du modèle.*
- ✓ *L'instabilité des coefficients du modèle.*
- ✓ *L'oublie d'une variable explicative.*

b) Les effets de l'autocorrélation.

- ✓ *Les estimateurs restent des estimateurs baisé.*
- ✓ *Les variances ne sont plus minimales.*

Problème de Modélisation.

c) Test d'autocorrélation des erreurs.

On dispose de plusieurs tests permettant de détecter l'autocorrélation des erreurs, mais le plus utilisé est le ***Test de Durbain-Watson*** *(**D.W**).*

➔ *Condition d'utilisation D.W:*

Pour utiliser ce test, deux conditions sont nécessaire à savoir:

- ☑ *Le modèle soit avec constante.*
- ☑ *La variable endogène ne doit pas figurer parmi les variables explicative.*

Problème de Modélisation.

Test D.W:

➲ ***Etape 1: Formulation des hypothèses.***

$$\begin{cases} H_0: \boldsymbol{\rho} = 0 \text{ (Absence d'autocorrélation)} \\ H_1: \boldsymbol{\rho} \neq 0 \text{ (Existence d'autocorrélation)} \end{cases}$$

➲ ***Etape 2: la statistique D.W.***

$$\boldsymbol{D.W} = \frac{\sum(\boldsymbol{e_t} - \boldsymbol{e_{t-1}})^2}{\sum \boldsymbol{e_t}^2}$$

$$\boldsymbol{D.W} = 2(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{1})$$

Régression Linéaire Multiple.

Etape 3: Tableau D.W.

La valeur de d1 et d2 d'après la table D.W

Exemple:

$n = 40 \,;\, k = 2$

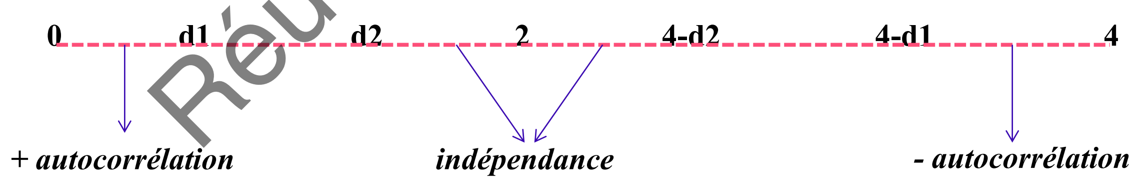
$d1 = 1{,}79$

$d2 = 1{,}60$

YouTube : Réussite For Economie
: Réussite For Economie
: 0676.55.07.14

Régression Linéaire Multiple.

Etape 4: la prise de décision.



Si D.W existe:

- ✓ ***La zone d'indépendance: absence d'autocorrélation***

On accepte H0.

- ✓ ***D'autre zone : existence d'autocorrélation.***

On rejette H0

Séance prochaine

Problème de stabilité.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Problème de Modélisation.

III. Problème de Modélisation.

2) Problème de Stabilité.

Exemple:

Le modèle Globale (1) avec i =1;2;...;20

$$y_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2\, x_{i2} + \cdots + b_{20} x_{i20} + \varepsilon_i$$

Le modèle (2) de la sous période 1 avec i =1;2;...;10

$$y_i = b'_0 + b'_1 x_{i1} + b'_2\, x_{i2} + \cdots + b'_{10} x_{i10} + \varepsilon_i$$

Le modèle (3) de la sous période 2 avec i =11;12;...;20

$$y_i = b''_0 + b''_1 x_{i1} + b''_2\, x_{i2} + \cdots + b''_{10} x_{i10} + \varepsilon_i$$

Problème de Modélisation.

Test Chow:

Etape 1: Formulation des hypothèses.

$$\begin{cases} H_0: a_i = b_i \text{ (Modèle Stable)} \\ H_1: a_i \neq b_i \text{(Modèle Instable)} \end{cases}$$

Etape 2: la statistique F_c et F_{th}.

$$F_c = \frac{[SCRes - (SCRes\,1 + SCRes\,2)]/_{ddl\,1}}{(SCRes\,1 + SCRes\,2)/_{ddl\,2}}$$

$$F_{th} = (\alpha; ddl\,1; ddl\,2)$$

ddl 1 = k+1

ddl 2 = (n-2)(k+1)

Problème de Modélisation.

Etape 3: la prise de décision.

$$F_c \geq F_{th} \rightarrow R.\,H_0$$

- ☑ **Le modèle est Instable.**

$$F_c < F_{th} \rightarrow A.\,H_0$$

- ☑ **Le modèle est Stable**

Séance prochaine

Problème de Contrainte Linéaire.

ÉCONOMÉTRIQUE

Réussite For Économie

Problème de Modélisation.

III. Problème de Modélisation.

3) Problème de Contrainte Linéaire.

Tester la validité des contraintes et la compatibilité des contraintes avec les donnés. On utilisons les somme carré résiduelle.

Sachant que :

- *SCRes' :avec contrainte.*
- *SCRes:sans contrainte.*

Problème de Modélisation.

Test Fisher:

Etape 1: Formulation des hypothèses.

$$\begin{cases} H_0: SCRes' = SCRes \\ H_1: SCRes' \neq SCRes \end{cases}$$

Etape 2: la statistique F_c et F_{th}.

$$F_c = \frac{[SCRes' - SCRes]/_{ddl\,1}}{SCRes/_{ddl\,2}}$$

$$F_{th} = (\alpha; ddl\,1; ddl\,2)$$

ddl 1 = k – k'

ddl 2 = n- k -1

Problème de Modélisation.

Etape 3: la prise de décision.

$$F_c \geq F_{th} \rightarrow R.\, H_0$$

☑ ***Les contraintes ne sont pas vérifié est ne sont pas compatibles avec les donnés.***

$$F_c < F_{th} \rightarrow A.\, H_0$$

☑ ***Les contraintes sont validé est compatibles avec les donnés.***

Séance prochaine

Corrections des Examens.

Subscribe