*Université Sidi Mohamed Ben Abdellah*
*Faculté des Sciences Dhar-El-Mehraz*
*Département de Physique*
*FES*

*Année universitaire 2016 - 2017*

# TRAVAUX-DIRIGES D'OPTIQUE PHYSIQUE

## FILIERE S.M.P. (S4)

## *SERIE N°2*

### *Exercice n° 1 :* *Trous d'Young.*

Un système de trous d'Young $S_1$ *et* $S_2$ distants de $a$ percés dans un écran opaque *(P)* est éclairé par une source ponctuelle monochromatique $S$ de longueur d'onde $\lambda$ dans l'air. On étudie le phénomène d'interférences sur un écran d'observation *(E)* situé à la distance $D$ de *(P)*.

1°) a) Calculer la différence de marche $\delta$ au point $M$ de *(E)* en fonction de $x$, $a$ et $D$ (on pose : $x = OM$, avec $O$ le point où la médiatrice de $S_1S_2$ coupe *(E)* et on suppose que : $D >> a$).

b) Décrire l'aspect des franges d'interférences observées sur l'écran *(E)*; calculer l'interfrange $i$ et la position $x_0$ de la frange centrale.

2°) a) La 5ème frange brillante est à $9{,}0\ mm$ de la frange centrale (numérotée zéro). Calculer la longueur d'onde $\lambda$ de la lumière utilisée. *A.N.:* $a = 0{,}3\ mm$, $D = 1\ m$.

b) Même question en supposant que c'est la $5^{ème}$ frange sombre qui est à $9{,}0\ mm$ de la frange centrale ?

c) Evaluer la précision avec laquelle sont déterminées les longueurs d'ondes en *a)* et *b)*, sachant que l'écartement $a$ de $S_1$ et $S_2$ a été mesuré à $0{,}015\ mm$ près, la position de la $5^{ème}$ frange à $0{,}36\ mm$ près et la distance de l'écran *(E)* à $1\ cm$ près.

3°) Le dispositif interférentiel décrit précédemment est maintenant plongé dans l'eau d'indice de réfraction $n = 1{,}33$. Calculer, pour la radiation utilisée dans la question *[2°)a)]*, la nouvelle valeur de l'interfrange. De combien s'est déplacée la $5^{ème}$ frange brillante par rapport à sa position précédente ?

4°) On revient au dispositif interférentiel placé dans l'air d'indice *1*. Interposons sur l'ouverture $S_2$ une lame à faces parallèles d'épaisseur $e = 0{,}01\ mm$, en verre d'indice $n = 1{,}60$.

a) Calculer la nouvelle expression de la différence de marche $\delta'$ (on suppose que la lame est traversée par le faisceau de lumière sous incidence normale).

b) En déduire l'interfrange $i'$ et la position $x_0'$ de la frange centrale.

c) La figure d'interférences subit une translation par rapport à celle observée en *1°)*. Déterminer le sens et l'amplitude de cette translation.

## *Exercice n° 2 : Biprisme de Fresnel.*

Un dispositif interférentiel est constitué de deux prismes $P_1$ et $P_2$ de très petit angle $\beta$, taillés dans le même verre d'indice de réfraction $n$ et accolés par leurs bases. Il est éclairé par une source ponctuelle *(S)*. Soit $c$ la distance de la source *(S)* au dispositif $(P_1, P_2)$ et $d$ la distance de $(P_1, P_2)$ à l'écran d'observation *(E)*.

1°) Faire un schéma complet du dispositif interférentiel en représentant notamment les images $S_1$ et $S_2$ de *(S)* et le champ d'interférences.

2°) Calculer la différence de marche $\delta = (S_2M) - (S_1M)$ entre les vibrations issues de $S_1$ et $S_2$ qui interfèrent en $M$, point de l'écran à la distance $x$ de l'intersection de l'axe de symétrie du dispositif avec l'écran *(E)*. Exprimer $\delta$ en fonction de $n$, $\beta$, $c$, $d$ et $x$. Faire un petit schéma avant de faire le calcul. En déduire la nature de la frange centrale.

3°) Déterminer la position des franges brillantes. En déduire l'expression de l'interfrange.

4°) a) Déterminer la largeur du champ d'interférences.

On donne : $n = 1,5; d = 2m; \beta = 18'$.

b) En déduire la valeur de l'interfrange, sachant qu'on dénombre dans ce champ vingt-une franges brillantes.

5°) En déduire la valeur numérique de la longueur d'onde $\lambda$ utilisée. L'exprimer en micromètre avec trois chiffres significatifs. Donnée : $c = 50\ cm$.

## *Exercice n° 3 : Bilentille de Billet.*

Un dispositif interférentiel a été réalisé en coupant en deux moitiés identiques une lentille mince convergente*(L)* de distance focale $f' = 30\ cm$ et d'axe optique principal $x'Ox$. Le dispositif est éclairé par une source ponctuelle *(S)* placé à $50\ cm$ de la lentille *(L)* sur l'axe $x'Ox$.

A) La source *(S)* est quasi-monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,5\ \mu m$ et de largeur $\Delta\lambda = 0,05\ \mu m$.

1°) De quelle distance $O_1O_2$ doit-on écarter les deux moitiés de la lentille *(L)* symétriquement par rapport à l'axe $x'Ox$ pour obtenir deux images $S_1$ et $S_2$ de $S$ éloignées de $1,5\ mm$ l'une de l'autre ($S_1S_2 = 1,5\ mm$) ?

2°) Faire le schéma de ce dispositif interférentiel en représentant notamment $S$, $S_1$, $S_2$ et le champ d'interférences.

3°) L'écran d'observation *(E)* est placé à $2\ m$ du dispositif. Quelle est la largeur $C_1C_2$ du champ d'interférences ?

4°) Déterminer le nombre de franges brillantes et de franges sombres observables sur l'écran *(E)* (on ne tient pas compte de la largeur $\Delta\lambda$).

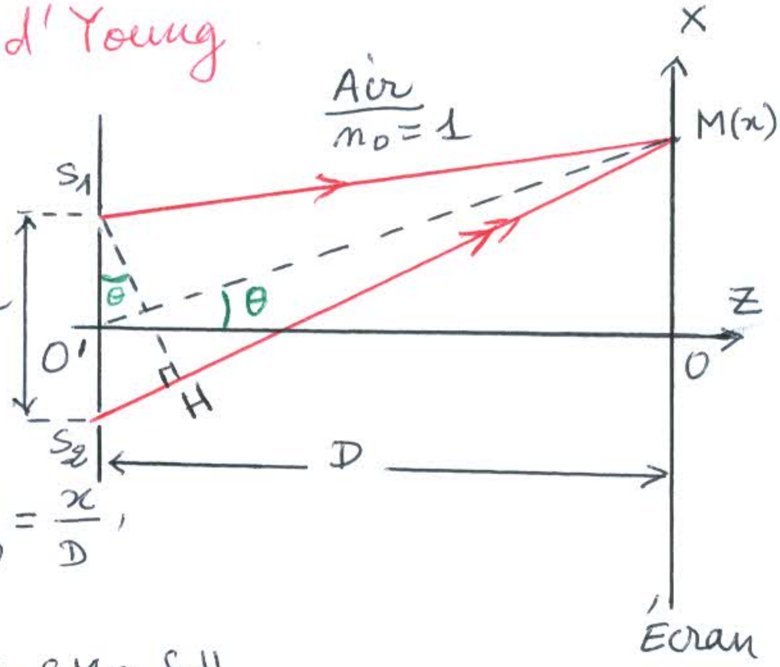
5°) En tenant compte de la largeur $\Delta\lambda$, déterminer le nombre de franges brillantes et de franges sombres observables sur l'écran *(E)*.

B) *(S)* est une source de lumière blanche : $0,35\ \mu m \leq \lambda \leq 0,75\ \mu m$. La fente d'entrée d'un spectroscope est placée parallèlement aux franges d'interférences à $5\ mm$ du centre de la figure d'interférences dans le même plan que l'écran *(E)*. Quelles sont les longueurs d'onde manquantes ? (On néglige la variation de l'indice du verre de la lentille avec la longueur d'onde).

# Corrigé de la série 2
## T.D. Optique physique
## Filière SMP ($S_4$)

Année 2016/2017

## Exercice n°1 : Trous d'Young




**1°) a-**

D'après la figure, on a puisque $D \gg a$ :

$\sin\theta = \dfrac{S_2H}{S_1S_2} = \dfrac{\delta}{a}$ et $tg\theta = \dfrac{OM}{O'O} = \dfrac{x}{D}$,

Car : $\delta = (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M \simeq S_2H$

$\theta$ étant petit ($D \gg a$), donc : $\sin\theta \simeq tg\theta \simeq \theta$,

soit : $\dfrac{\delta}{a} \simeq \dfrac{x}{D}$ d'où la différence de marche :

$$\delta = \frac{ax}{D}$$

**b- *** Sur l'écran (E), on observe des franges d'interférences rectilignes, parallèles entre elles et alternativement sombres et brillantes. En effet, les deux sources $S_1$ et $S_2$ sont éclairées par la même source S monochromatique de longueur d'onde $\lambda$ et, elles se comportent alors comme deux sources synchrones et cohérentes.

* L'équation générale des franges brillantes s'écrit : $\delta = k\lambda$, $(k \in \mathbb{Z})$.

or : $\delta = \frac{ax}{D}$, d'où : $x_k = k\frac{\lambda D}{a}$ $(k \in \mathbb{Z})$ ;

$x_k$ est la position des franges brillantes.

* Calcul de l'interfrange : Par définition, on a :

$i = x_{k+1} - x_k = (k+1)\frac{\lambda D}{a} - k\frac{\lambda D}{a}$. soit : $i = \frac{\lambda D}{a}$

* Position de la frange centrale : La frange centrale correspond à $\delta_0 = 0$. Donc : $x_0 = 0$ et $P_0 = 0$ ;

La frange centrale est alors située en O et de nature brillante,

2°/ a- La 5e frange brillante est à 9 mm de la frange centrale (numérotée zéro).

on a : $x_5 = 5\frac{\lambda D}{a}$ $(k=5)$ $\Rightarrow$ $\lambda = \frac{a x_5}{5D}$

Application numérique :

$a = 0{,}3\ mm$ ; $D = 1\ m$ ; $x_5 = 9\ mm$. on trouve : $\lambda = 0{,}54\ \mu m$

b- L'équation générale des franges sombres s'écrit : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$. k entier relatif

Or : $\delta = \frac{ax}{D}$, d'où : $x_k = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a}$ $(k \in \mathbb{Z})$ : ~~leu~~ position des franges sombres

La $5^{ème}$ frange sombre correspond à : $k = 4$.

D'où : $x'_5 = 9\frac{\lambda D}{2a}$ $(k=4)$ $\Rightarrow \lambda' = \frac{a x_5}{4,5D}$

Application numérique :

$a = 0,3\,mm$ ; $D = 1\,m$ ; $x'_5 = 9\,mm$. on trouve $\lambda' = 0,6\,\mu m$.

C - Calcul des incertitudes :

On a : $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda'}{\lambda'} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta x_5}{x_5} + \frac{\Delta D}{D}$

$$= \frac{0,015}{0,3} + \frac{0,36}{9} + \frac{10}{1000} = 0,1$$

D'où :

$\lambda = (0,54 \pm 0,05)\,\mu m$ et $\lambda' = (0,60 \pm 0,06)\,\mu m$

3°) La radiation utilisée a pour longueur d'onde $\lambda = 0,54\,\mu m$ dans l'air ; dans l'eau, sa longueur d'onde est : $\lambda_e = \frac{\lambda}{n} = \frac{0,54}{1,33} = 0,406\,\mu m$.

L'interfrange devient : $i_e = \frac{\lambda_e D}{a} = \frac{0,406 \cdot 10^{-3} \times 1 \times 10^{3}}{0,3}$

on trouve : $i_e = 1,353\,mm$.

La nouvelle position de la $5^{ème}$ frange brillante est : $x_{5e} = 5 i_e = 6,76\,mm$

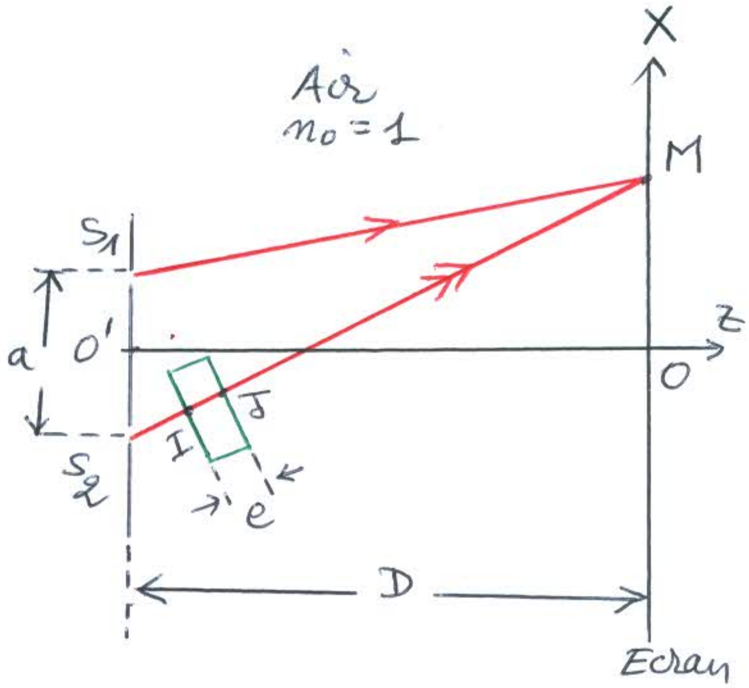
Elle s'est déplacée donc de : $d = x_5 - x_{5e} = 9 - 6,76$

$d = 2,24\,mm$ vers le bas sur l'écran.

4°) On interpose sur l'ouverture $S_2$ une lame à faces // $(n, e)$

a) Calculons la nouvelle différence de marche $\delta'$.

La nouvelle différence de marche $\delta'$ est égale à :




$$\delta' = (S_2M) - (S_1M)$$

Le chemin optique

* $(S_2M) = (S_2I) + (IJ) + (JM)$

$= S_2I + ne + JM$

puisque $(e = IJ)$,

en supposant que la lame est traversée par le faisceau de lumière sous incidence normale ($i = 0$).

Donc :

$$(S_2M) = S_2I + IJ + JM + ne - IJ = S_2M + ne - e$$

soit : $(S_2M) = S_2M + (n-1)e$.

* Le chemin optique : $(S_1M) = S_1M$

* D'où la différence de marche (d.d.m) :

$$\delta' = S_2M + (n-1)e - S_1M = S_2M - S_1M + (n-1)e$$

or : $\delta = S_2M - S_1M = \dfrac{ax}{D}$, (Voir 2°)).

Donc :

$$\delta' = \delta + (n-1)e = \frac{ax}{D} + (n-1)e.$$

**b-** En déduire l'interfrange $i'$ et la position $x'_0$ de la frange centrale.

* L'interfrange ne change pas, on a : $i' = \dfrac{\lambda D}{a} = i$

Application numérique :

$a = 0{,}3\ mm$ ; $D = 1\ m$ ; $\lambda = 0{,}54\ \mu m$. On trouve : $i' = i = 1{,}8\ mm$.

* La nouvelle position $x'_0$ de la frange centrale d'ordre nul est donnée par : $\delta' = 0$.

Soit : $\delta' = \frac{ax}{D} + (n-1)e = 0$ et $x'_0 = -\frac{(n-1)eD}{a}$

On trouve : $x'_0 = -20\,mm$

C – La figure d'interférence subit une translation du côté de la lame (vers le bas) d'amplitude :

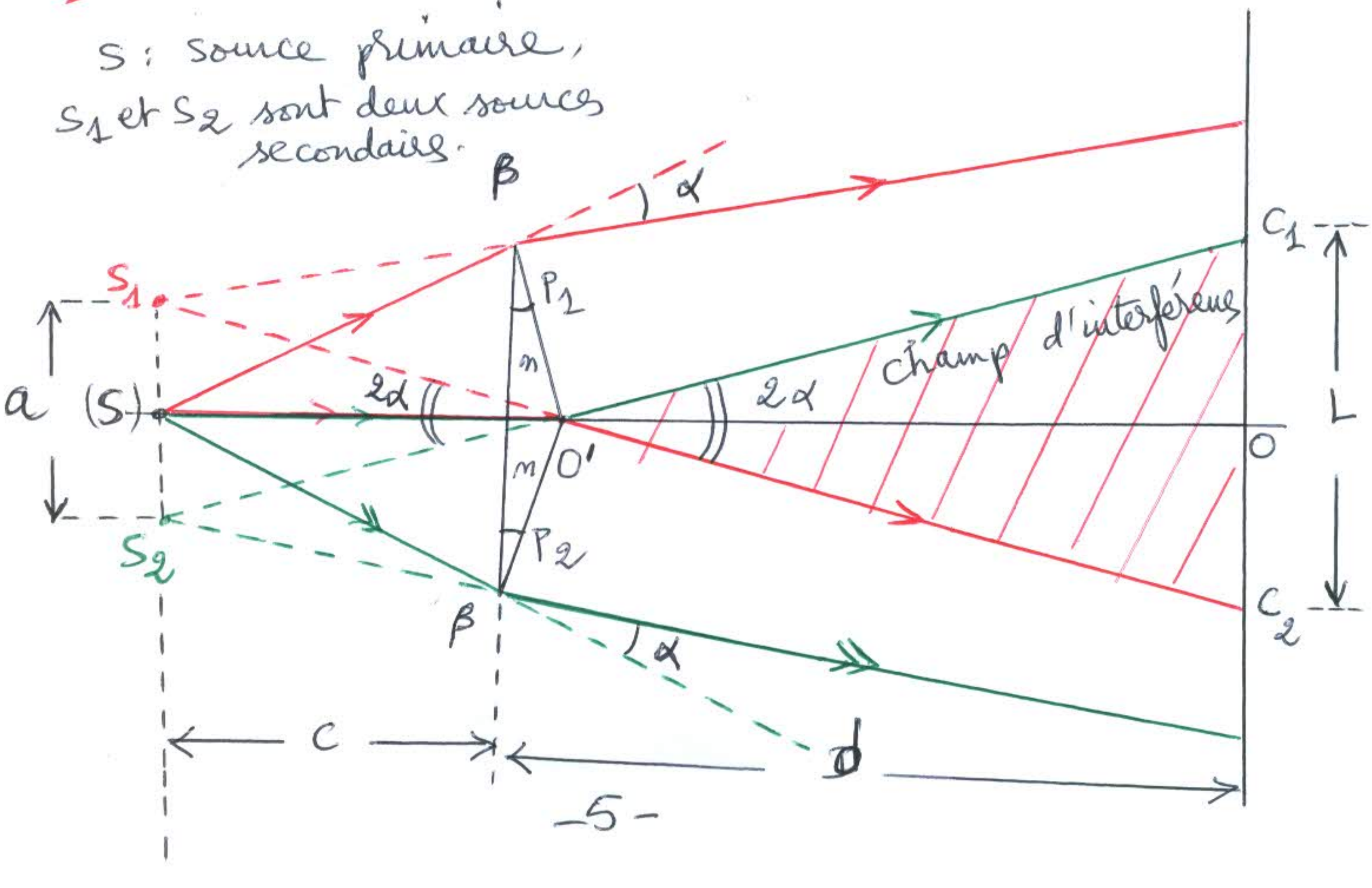
$$\frac{(n-1)eD}{a} = 20\,mm$$

## Exercice n° 2 : Biprisme de FRESNEL.

Il est formé de deux prismes $P_1$ et $P_2$ identiques d'angle $\beta$ (très petit), accolés par leur base, d'indice $n$.

### 1°) schéma :

S : source primaire,
$S_1$ et $S_2$ sont deux sources secondaires.



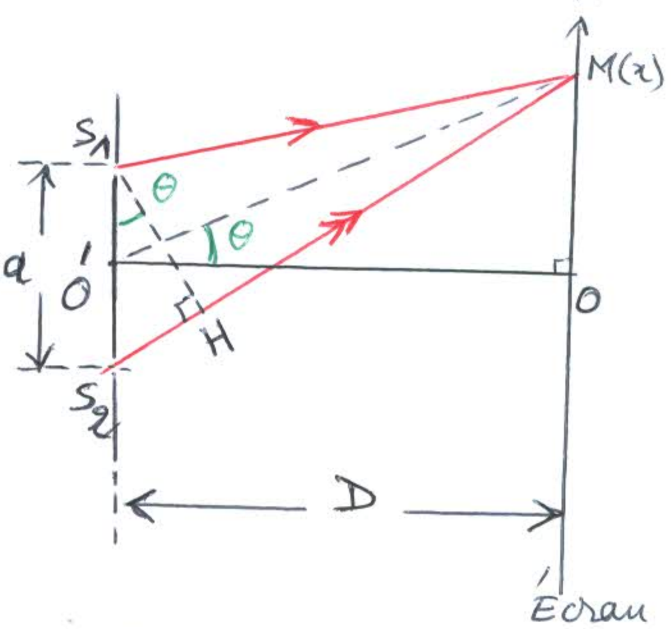

–5–

Le prisme $P_1$ donne de la source primaire $S$ une image $S_1$ ($1^e$ source secondaire) et, le prisme $P_2$ donne de la source primaire $S$ une image $S_2$.

Les sources $S$, $S_1$ et $S_2$ sont sur la même verticale.

La distance entre les deux sources secondaires $S_1$ et $S_2$ est égale à $S_1S_2 = a$.

2°/ – D'après la figure ci-contre et puisque $D \gg a$ on a :




$$\sin\theta = \frac{S_2H}{S_1S_2} = \frac{\delta}{a}$$

et

$$tg\theta = \frac{OM}{O'O} = \frac{x}{D},$$

(avec $D = c + d$).

La différence de marche $\delta$ :

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M \simeq S_2H.$$

$\theta$ étant petit ($D \gg a$), donc : $\sin\theta \simeq tg\theta$

Alors : $\dfrac{\delta}{a} \simeq \dfrac{x}{D}$, soit : $\delta = \dfrac{ax}{(c+d)}$

Les prismes $P_1$ et $P_2$ étant de petit angle $\beta$, donc leur déviation est : $\alpha \simeq (n-1)\beta$.

D'après la première figure, on a : $a = S_1S_2 = 2(n-1)\beta c$.

D'où :

$$\delta = \frac{2(n-1)\beta c x}{(c+d)}$$

- La frange centrale correspond à :

$\delta_0 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \Leftrightarrow p_0 = 0$ ; $p_0$ étant un entier, la frange centrale est brillante.

3°) L'équation générale des franges brillantes s'écrit :

$\delta = k\lambda$, $(k \in \mathbb{Z})$.

- on a alors :
$$\delta = \frac{2(n-1)\beta c\, x_k}{(c+d)} = k\lambda, \ (k \in \mathbb{Z})$$

- soit :
$$x_k = k\frac{\lambda.(c+d)}{2(n-1)\beta c}, \ (k \in \mathbb{Z})$$

- D'où l'interfrange : $i = \dfrac{\lambda(c+d)}{2(n-1)\beta . c}$

4°) a) Largeur L du champ d'interférences :

D'après le schéma on a : $L = C_1C_2 \simeq 2\alpha d \simeq 2(n-1)\beta d$.

Application numérique :

$n = 1,5$ ; $d = 2m$ ; $\beta = 18'$ ; $L = 0,0108\, m = 10,8\, mm$

b) Valeur de l'interfrange $i$ :

Le nombre de franges brillantes est : $N_B = \frac{L}{i} + 1$

car la frange centrale est brillante.

D'où :
$$i = \frac{L}{N_B - 1}.$$

Application numérique :

$L = 10,8\, mm$ ; $N_B = 21$ on trouve : $i = 0,54\, mm$.

5°/ D'après 3°/ , on a :

$$i = \frac{\lambda (c+d)}{2(n-1)\cdot \beta \cdot c}$$

D'où :

$$\lambda = \frac{2(n-1)\cdot \beta \cdot c \cdot i}{(c+d)}$$

Application numérique :

$n = 1{,}5$ ; $\beta = 18'$ ; $i = 0{,}54\ mm$ ;

$c = 50\ cm$ ; $d = 2\ m$.

$$\lambda = \frac{2(1{,}5-1) \times 18 \times 3 \times 10^{-4} \times 0{,}5 \times 0{,}54 \times 10^{-3}}{(0{,}50+2)}$$

on trouve :

$$\lambda = 0{,}583\ \mu m.$$

# Exercice n° 3 : Bilentilles de Billet :

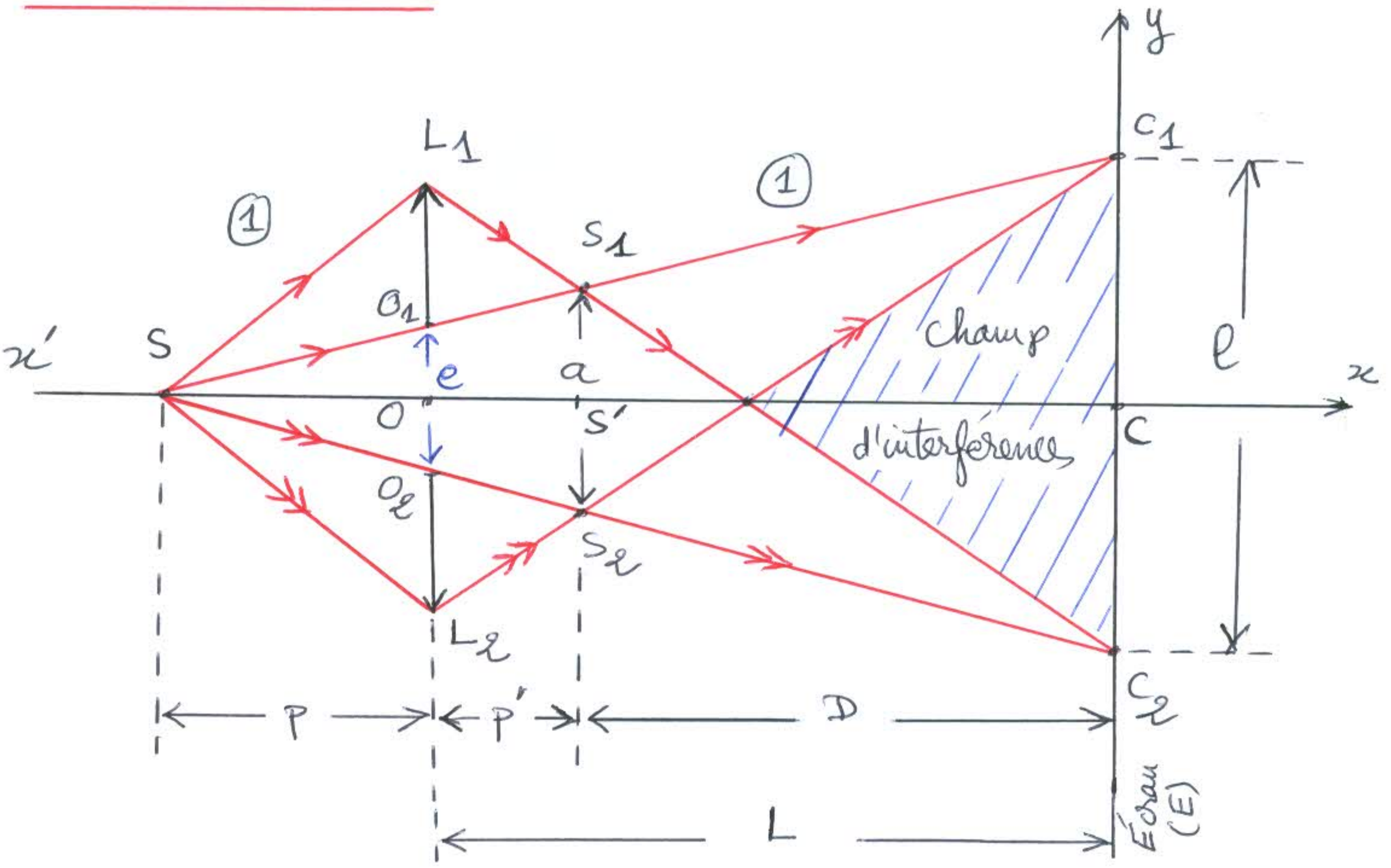



Figure : schéma du dispositif expérimental.

**1°)** - Les triangles $\overset{\Delta}{SO_1O_2}$ et $\overset{\Delta}{SS_1S_2}$ étant semblables, d'où :

$$\frac{O_1O_2}{S_1S_2} = \frac{SO}{SS'} \iff \frac{e}{a} = \frac{|p|}{|p| + p'} \iff e = \frac{a \cdot |p|}{|p| + p'}.$$

d'autre part, on a :

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} . \quad \text{D'où :} \quad p' = \frac{p \cdot f'}{p + f'}$$

## Application numérique :

$p = -50$ cm ; $f' = 30$ cm ; $a = S_1S_2 = 1{,}5$ mm

on trouve : $p' = 75$ cm et $e = 0{,}6$ mm.

2°) Schéma du dispositif → Voir la figure précédente

3°) Largeur $\ell$ du champ d'interférences :

D'après le schéma on a :

Les triangles $S\overset{\Delta}{O_1}O_2$ et $S\overset{\Delta}{C_1}C_2$ étant semblables, d'où :

$$\frac{C_1C_2}{O_1O_2} = \frac{SC}{SO} \Leftrightarrow \frac{\ell}{e} = \frac{|P| + L}{|P|} \Leftrightarrow \ell = e\left(1 + \frac{L}{|P|}\right)$$

Application numérique :

$e = 0{,}6\,mm$ ; $L = 2\,m$ ; $|P| = 50\,cm$ ; $\ell = 3\,mm$.

4°) Valeur de l'interfrange $i$ :

On a : $i = \frac{\lambda D}{a}$ soit : $i = \frac{\lambda(L - P')}{a}$

Application numérique :

$\lambda = 0{,}5\,\mu m$ ; $L = 2\,m$ ; $P' = 75\,cm$ ; $a = 1{,}5\,mm$

on trouve : $i = 0{,}5\,mm$

- Le nombre de franges brillantes est : $N_B = \frac{\ell}{i} + 1$, car la frange centrale est brillante.

Application numérique :

$\ell = 3{,}3\,mm$ ; $i = 0{,}5\,mm$

on trouve : $N_B = 7{,}6$ : 7 Franges brillantes

$N_S = \frac{\ell}{i}$

- Le nombre de franges sombres est : $N_S = 6{,}6$ :

6 Franges sombre

5°) _ En tenant compte de $\Delta\lambda$ de l'ordre d'interférence maximum observable est : $P_{max} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$

Application numérique :

* $\lambda = 0{,}5\,\mu m$ ; $\Delta\lambda = 0{,}05\,\mu m$

  on trouve : $P_{max} = 10$.

* L'ordre d'interférences minimum est :

$$P_{min} = \frac{\delta_{min}}{\lambda} = \frac{a\left(-\frac{\ell}{2}\right)}{\lambda(L-p')}.$$

* $a = 1{,}5\,mm$ ; $\ell = 3{,}3\,mm$ ; $L = 2{,}00\,m$ ; $p' = 75\,cm$ ;

  $\lambda = 0{,}5\,\mu m$. on trouve : $P_{min} = -3{,}3$

* Les franges brillantes observables sur l'écran (E) sont donc les franges dont l'ordre d'interférences $P_k$ est un entier relatif compris entre $P_{min}$ et $P_{max}$ :

$$P_{min} \leq P_k \leq P_{max} \iff -3{,}3 \leq k \leq 10$$

Les valeurs possibles de $P_k$ sont : $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$.

on observe alors 14 Franges brillantes

* Les franges sombres observables sur l'écran (E) sont donc les franges dont l'ordre d'interférences $P_k$ est un demi-entier compris entre $P_{min}$ et $P_{max}$ :

$P_{min} \leq P_k \leq P_{max} \iff -3,3 \leq \left(k+\frac{1}{2}\right) \leq 10,$

Les valeurs possibles de $P_k$ sont :

$-2,5$ ; $-1,5$ ; $-0,5$ ; $0,5$ ; $1,5$ ; $2,5$ ; $3,5$ ; $4,5$ ; $5,5$ ;

$6,5$ ; $7,5$ ; $8,5$ ; $9,5$. On observe alors

13 Franges sombres.

B)- Les longueurs d'onde manquantes correspondent à l'ordre d'interférences : $P_k = \left(k+\frac{1}{2}\right)$ ; $k \in \mathbb{Z}$

- A la distance : $y = 5\,mm$ du centre de la figure d'interférences, la différence de marche (d.d.m.) est égale à :

$$\delta = \frac{a\,y}{\ell - p'} = \frac{1,5 \times 10^{-3} \times 5\,10^{-3}}{2,25+0,75} = 5 \times 10^{-6}\,m$$

$$\delta = 5\,\mu m.$$

- En tenant compte de : $0,382\,\mu m \leq \lambda \leq 0,777\,\mu m$, les ordres d'interférences extrêmes sont :

$$P_v = \frac{\delta}{\lambda_v} = \frac{5}{0,382} = 13,089 \quad \text{et} \quad P_R = \frac{\delta}{\lambda_R} = \frac{5}{0,777} = 6,435$$

D'où : $P_R \leq P_k \leq P_v \iff 6,435 \leq \left(k+\frac{1}{2}\right) \leq 13,089$

| $P_k = K+\frac{1}{2}$ | 6,5 | 7,5 | 8,5 | 9,5 | 10,5 | 11,5 | 12,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda (\mu m)$ | 0,769 | 0,667 | 0,588 | 0,526 | 0,476 | 0,435 | 0,400 |

On observe donc sept cannelures sombres.