Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

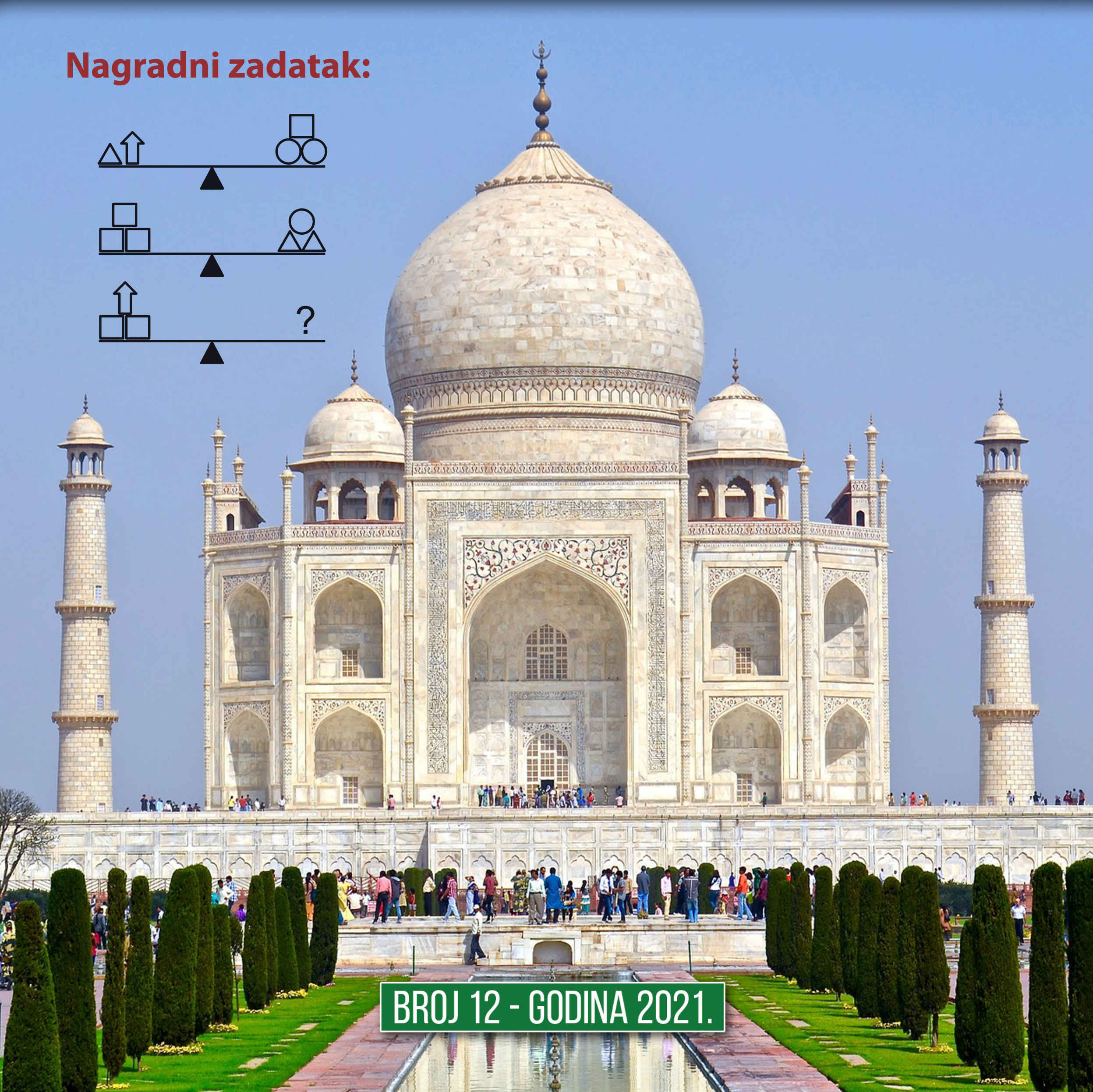
m:tel

Dijagonala

Matematički list za učenike osnovnih škola

Cijena 1,50 €

Nagradni zadatak:



BROJ 12 - GODINA 2021.

Udruženje nastavnika matematike Crne Gore

Matematički list za učenike osnovnih škola – „**Dijagonala**", **broj 12**

Godina 2021. Cijena: 1,50 €

Glavni urednik: *mr Radomir Božović*

Odgovorni urednik: *Danijela Jovanović*

Lektura: *Milja Božović, prof.*

Korektura: *Danijela Jovanović, prof.*

Priprema za štampu: *Branko Gazdić*

Tiraž: *1000*

Štampa: *„Studio Branko" d.o.o. – Podgorica*

Zavod za školstvo je odlukom broj 01 – 1214/2 od 03.09.2018. godine preporučio časopis „Dijagonala" za korišćenje u osnovnim školama kao pomoćno nastavno sredstvo.

Sadržaj

Dr Siniša Stamatović

KOMBINATORNO PRAVILO PROIZVODA

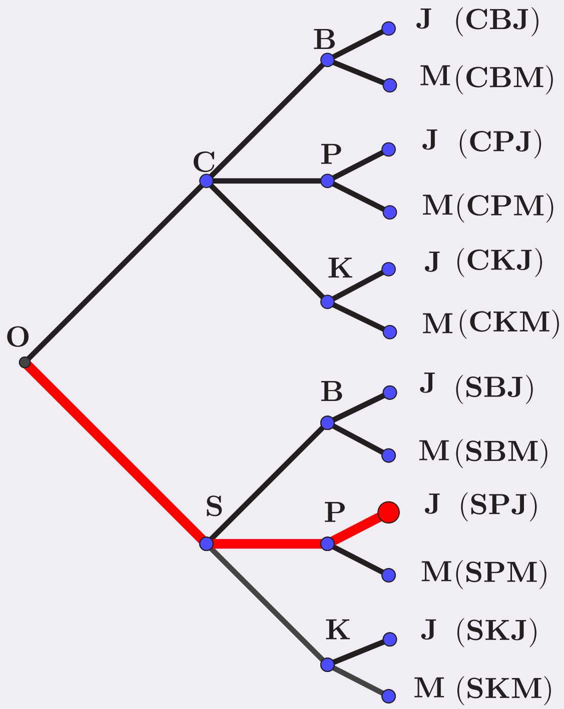
Kombinatorika je stara matematička disciplina čiji se počeci vezuju za zadatke određivanja broja mogućih rasporeda nekih predmeta. Riječ kombinatorika potiče od riječi kombinacija, a ova od latinske riječi combinare = slagati. Kombinatorni zadaci su u dalekoj prošlosti služili kao vid intelektualne zabave, a kombinatorika je dugo bila na granici između razbibrige i nauke. Mnogi problemi koji su se „do juče" razmatrali samo radi zabave i svoje ljepote, danas se ubrajaju u važne zadatke teorijske i primijenjene matematike. Kombinatorne metode koriste stručnjaci iz oblasti kompjuterskih nauka, genetičari, fizičari, hemičari.

Zadaci u kojima treba prebrojati elemente konkretnog skupa se često rješavaju primjenom pravila proizvoda. Uradimo primjer nakon koga ćemo formulisati pravilo proizvoda.

Primjer 1: Milan se sprema za školsku žurku. Ima dvoje pantalona – crne (C) i sive (S), tri košulje: bijelu (B), plavu (P) i kariranu (K), te dvije kravate, jednu mu je poklonila prijateljica Jelena (J), a drugu prijateljica Milena (M). Na koliko načina može biti napravljen izbor pantalona, košulje i kravate? Ili možemo pitati, na koliko načina može „napraviti trojku" od pantalona, košulje i kravate.

Rješenje: Da bi riješili zadatak nacrtaćemo odgovarajuće stablo. Krećemo iz čvora O – korijena iz kog izlaze dvije grane. Prva grana odgovara izboru crnih pantalona i završava se čvorom C. Druga grana odgovara izboru sivih pantalona i završava se čvorom S. Iz čvorova C i S izlaze po tri grane. Prva grana odgovara izboru bijele košulje i završava se čvorom B. Druga grana odgovara izboru plave košulje i završava se čvorom P. Treća grana odgovara izboru karirane košulje i završava se čvorom K. Iz čvorova B, P i K izlaze po dvije grane. Prva grana odgovara izboru kravate koju je poklonila Jelena i završava se čvorom J. Druga grana odgovara izboru kravate koju je poklonila Milena i završava se čvorom M. Svakom Milanovom izboru odgovara izlomljena linija koja je određena granom koja povezuje korijen sa prvim čvorom, granom koja povezuje prvi čvor sa drugim čvorom i granom koja povezuje drugi čvor sa trećim čvorom. Ovakvih linija, a time i izbora, ima 12. Ujedno linija koje prate izbore ima koliko i završnih čvorova. Čvoru koji je označen crvenom bojom odgovara linija koja je, takođe, označena crvenom bojom i ona se vezuje za izbor (*SPJ*).

Broj načina da se napravi izbor pantalona, košulje i kravate je 12. Milan praveći izbor, iz skupa pantalona bira „element", iz skupa košulja bira „element" i iz skupa kravata bira „element". Drugačije rečeno, njegov izbor podrazumijeva da obavi tri operacije – O_1 izbor pantalona, O_2 izbor košulje i O_3 izbor kravate. Ako sa N_1 označimo broj načina da se obavi prva operacija, sa N_2 broj načina da se obavi druga operacija, sa N_3 broj načina da se obavi treća operacija, tada je broj načina da se uzastopno obave ove tri operacije jednak $N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$.



Sada ćemo naučiti kako glasi pravilo proizvoda.

Pravilo proizvoda. Ako prvu operaciju O_1 možemo obaviti na N_1 načina, drugu O_2 na N_2 načina,…, k-tu operaciju O_k na N_k načina, tada ovih k operacija uzastopno možemo obaviti na $N_1 \cdot N_2 \cdot \ldots \cdot N_k$ načina.

Primjer 2. Sigurnosna brava na sefu ima tri kolutića i na svakom se nalaze cifre 0, 1, 2, … 9. Vlasnik pravi šifru – kod, izborom cifre na svakom kolutiću. Koliko ima kodova ako se:

a) cifre mogu ponavljati,
b) cifre ne mogu ponavljati,
c) susjedne cifre ne mogu ponavljati?

Rješenje:

a) O_1: Izbor prve cifre N_1 = 10 načina; O_2 : Izbor druge cifre N_2 = 10 načina; O_3 : Izbor treće cifre N_3 = 10 načina. Dakle, postoji 10 · 10 · 10 = 1 000 šifara.
b) O_1: Izbor prve cifre N_1 = 10 načina; O_2: Izbor druge cifre N_2 = 9 načina – **jedna cifra je upotrijebljena**; O_3 : Izbor treće cifre N_3 = 8 načina – **dvije cifre su upotrijebljene**. Dakle, postoji 10 · 9 · 8 = 720 šifara.
c) O_1: Izbor prve cifre N_1 = 10 načina; O_2 : Izbor druge cifre N_2 = 9 načina – **druga cifra se razlikuje od prve**; O_3: Izbor treće cifre N_3 = 9 načina – **treća cifra se razlikuje od druge**. Dakle, postoji 10 · 9 · 9 = 810 šifara.

Primjer 3. Za test je pripremljeno 5 pitanja iz matematike, 8 iz programiranja, 6 iz fizike, 10 iz hemije i 5 iz biologije. Pitanja za test bira kompjuter slučajnim izborom, pri čemu iz svake oblasti bira po jedno pitanje. Koliko različitih testova može izabrati kompjuter? Smatra se da se dva testa razlikuju ako se razlikuju u bar jednom pitanju.

Rješenje: Kompjuter može izabrati 5 · 8 · 6 · 10 · 5 = 12 000 različitih testova.

Komentar: U zadacima iz kombinatorike podrazumijeva se da su cifre zapisane slijeva udesno, i u skladu s tim, govorimo o prvoj cifri, drugoj, trećoj itd. Takođe, u zapisu broja, prva cifra ne može biti 0.

Primjer 4. a) Koliko ima petocifrenih brojeva? b) Koliko ima petocifrenih brojeva čije su cifre različite? c) Koliko ima petocifrenih brojeva čije su cifre različite i jedinica se ne može pojaviti na mjestu prve i poslednje cifre? d) Koliko ima petocifrenih brojeva kod kojih se cifra 1 ne može pojaviti na mjestu prve i poslednje cifre?

Rješenje:

a) $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 900\,000$. b) $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27\,216$.

c) $8^3 \cdot 7 \cdot 6 = 21\,504$. d) $8 \cdot 9 \cdot 10^3 = 72\,000$.

Primjer 5. Koliko ima šestocifrenih brojeva u čijem zapisu učestvuje cifra 8?

Rješenje: Ako iz skupa šestocifrenih brojeva uklonimo brojeve u čijem zapisu ne učestvuje cifra 8, dobićemo skup šestocifrenih brojeva u čijem zapisu učestvuje cifra 8. Traženi broj je:

$$900\,000 - 8 \cdot 9^5 = 427\,608.$$

Primjer 6. Koliko ima desetocifrenih brojeva zapisanih ciframa iz skupa $\{1, 2\}$, pri čemu su obje cifre zastupljene u zapisu?

Rješenje: $2^{10} - 2 = 1\,022$. Broj desetocifrenih brojeva zapisanih ciframa iz skupa $\{1, 2\}$ je 2^{10}, a 2 je broj desetocifrenih brojeva u čijem zapisu učestvuje samo cifra 1 ili samo cifra 2.

Primjer 7. Koliko ima funkcija koje preslikavaju skup $\{1, 2, 3, 4\}$ u skup $\{a, b, c\}$? Funkcija $f : A \to B$ preslikava skup A u skup B, ako svakom elementu $a \in A$ pridružuje element $f(a) \in B$.

Rješenje: $3^4 = 81$.

Primjer 8. Koliko ima funkcija koje preslikavaju skup $\{1, 2, 3, 4\}$ na skup $\{a, b, c, d\}$? Funkcija $f : A \to B$ preslikava skup A na skup B, ako svakom elementu $a \in A$ pridružuje element $f(a) \in B$, tako da je svaki element skupa B slika bar jednog elementa skupa A.

Rješenje: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Primjer 9. Koliko ima funkcija koje skup $\{1, 2, \ldots, 10\}$ preslikavaju na skup $\{1, 2\}$?

Rješenje: $2^{10} - 2 = 1\,022$.

Primjer 10. U školi postoje ženska i muška odbojkaška sekcija, ženska je brojnija. Nakon završene utakmice između sekcija, obavljeno je rukovanje između ekipa. Izračunati broj članova sekcija ako je obavljeno 143 rukovanja.

Rješenje: Nakon faktorizacije $143 = 13 \cdot 11 \Rightarrow$ ženska sekcija broji 13, a muška 11 članova.

Primjer 11. Koliko ima djelilaca broja 720 (uključujući i broj 1)?

Rješenje: Dobro poznatim postupkom se dobija faktorizacija
$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$. Svaki djelilac broja 720 je oblika:
$2^{p_1} \cdot 3^{p_2} \cdot 5^{p_3}$, $p_1 \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $p_2 \in \{0, 1, 2\}$ i $p_3 \in \{0, 1\}$.

Na primjer, djelioci su $4 = 2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^0$, $12 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0$, $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$.
Djelilaca ima koliko i trojki (p_1, p_2, p_3) tj. $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$.

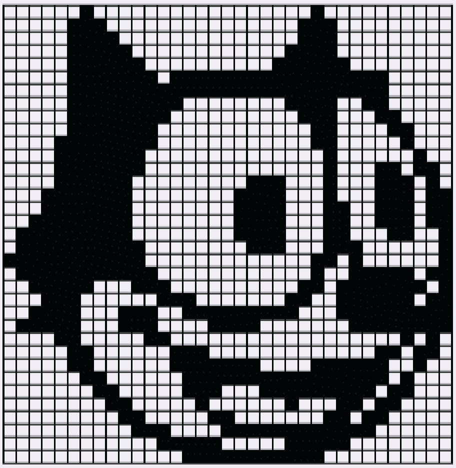
Zadaci za vježbu

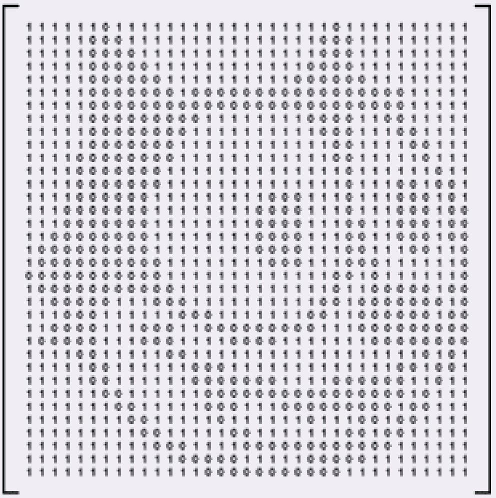
1. Istraživač osobe klasifikuje na muškarce i žene, pušače i nepušače i one sa niskim, normalnim i povišenim krvnim pritiskom. Koliko kategorija osoba razmatra istraživač?
2. U kutiji se nalazi 12 različitih razglednica i 10 različitih markica. Marija prvo iz kutije uzima razglednicu ili markicu, a zatim Ana uzima jednu razglednicu i jednu markicu. Šta treba da uzme Marija, pa da Ana ima veći izbor?
3. Koliko ima neparnih četvorocifrenih brojeva čije su cifre različite?
4. Na svakoj stranici kvadrata je dato 10 tačaka. Nijedna od datih tačaka nije tjeme kvadrata. Koliko ima trouglova sa tjemenima u datim tačkama?
5. Na koliko se načina sedam međusobno različitih novčanica mogu raspodijeliti u lijevi i desni džep?
6. Koliko ima desetocifrenih brojeva „napravljenih” od tačno tri neparne cifre?

Dr Goran Šuković

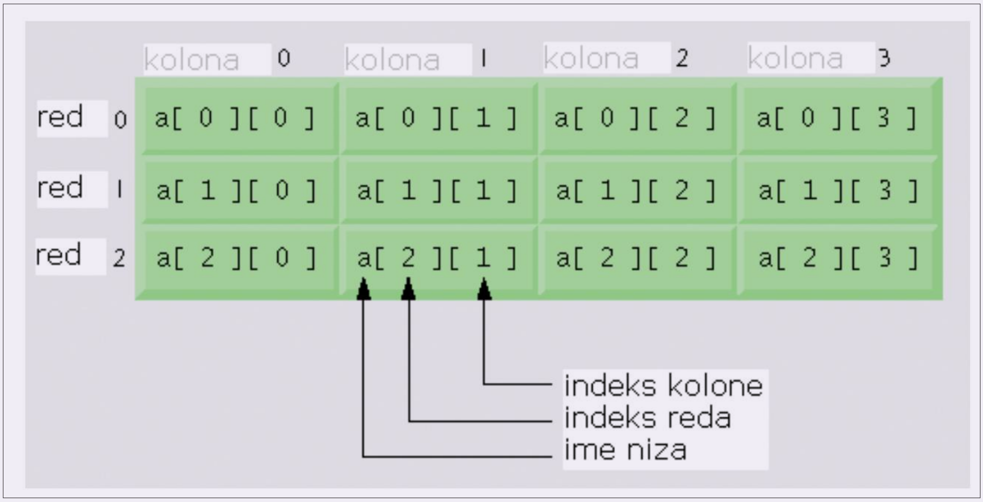
DVODIMENZIONALNI NIZOVI

U prethodnoj lekciji saznali smo da je niz uređena kolekcija objekata, gdje je svakom objektu pridružen indeks elementa niza. Postoje problemi koje ne možemo riješiti primjenom niza. Na primjer, sliku na računaru možemo posmatrati kao piksele koji su raspoređeni po redovima. Svaki red se sastoji od niza piksela, kao na primjeru slike mačka Feliksa.





Ovakva struktura podataka se naziva dvodimenzionalni niz (skraćeno 2D niz) ili matrica. Dakle, 2D niz možemo posmatrati kao niz čiji su elementi drugi nizovi. Takav niz možemo zamisliti kao tabelu, kako je prikazano na slici:



Ako pretpostavimo da u tabeli čuvamo cijele brojeve, tada dvodimenzionalni niz sa slike u programskim jeziku C++ deklarišemo na sljedeći način:

```
int a[3][4];
```

Data deklaracija nam govori da imamo 3 reda tj. niza, a svaki od njih ima po 4 elementa koji su tipa int. Uobičajeno je da se za ovakav niz koristi termin „matrica dimenzija 3x4“.

Jednom elementu 2D niza pristupamo na isti način kao i kod niza, ali sada navodimo dva indeksa: prvo indeks reda pa zatim indeks kolone.
Primjer:

```
a[0][2] = 12;
b[11][3] = 123.45;
```

Kao i kod nizova, elementi 2D niza učitavaju se pomoću ciklusa. Sada koristimo dva ciklusa: jedan ciklus odbrojava redove odozgo prema dolje, a drugi odbrojava kolone u redu slijeva udesno.

Primjer: Učitavanje 2D niza

```
int m = 3;
int n = 4;
int a[m][n];
for (int red = 0; red < m; red++) {
    for (int kolona = 0; kolona < n; kolona++) {
        cout << "Unesite element:";
                cin >> a[red][kolona];
    }
}
```

Niz možemo kreirati i tako što mu odmah zadamo elemente, bez potrebe da ih učitavamo.

Primjer:

```
float c[5] = {12.34, -1.0, 1.04, 0, 23, 111};
int d[3][5] = {{1,2,3,4,5}, {5,4,3,2,1}, {0,1,0,-1,14}};
```

Nizovi c i d će imati izgled kao na slici:
Niz c:

Indeksi	0	1	2	3	4	5
Elementi	12.34	-1.0	1.04	0	23	11

Niz `d`:

Indeksi	0	1	2	3	4
0	1	2	3	4	5
1	5	4	3	2	1
2	0	1	0	-1	14

Nizove možete deklarisati i primjenom posebnog operatora `new` i ključne riječi `auto`. U tom slučaju svi elementi niza će imati podrazumijevanu vrijednost, koja je za tipove int i float jednaka 0.

Primjer:

```
int n = 4;
auto x = new int[5];
auto y = new int[2][5];
auto z = new float[n][3];

x[2] = 100;
y[0][3] = 200;
z[2][2] = 188;

cout << x[0] << " " << x[2] << endl;
cout << y[0][3] << " " << y[2][2] << endl;
cout << z[0][2] << " " << z[2][2] << endl;
```

Obratite pažnju da pri štampanju matrice kreirate prelazak u novi red ekrana kada završite štampanje reda matrice.

Primjer:

```
for (int red = 0; red < m; red++) {
      for (int kolona = 0; kolona < n; kolona++) {
            // elementi jednog reda matrice razdvojeni
            // blankom
            cout << a[red][kolona] << " ";
      }
      cout << endl; // novi red
}
```

Zadaci za vježbanje

1. Napisati program koji učitava broj učesnika na gradskom takmičenju u skoku u vis, zatim učitava visine koje su učesnici ostvarili u 5 pokušaja i štampa najbolju visinu onog učesnika koji je pobijedio na takmičenju.

Ulaz: U prvom redu ulaza nalazi se prirodan broj n (0 < n < 21) – broj učesnika na takmičenju. U sljedećih n redova nalazi se po 5 cijelih brojeva iz intervala [0, 300] koji predstavljaju matricu dimenzija n x 5 – rezultate skokova svakog učesnika. **Izlaz**: Štampati jedan cio broj – najbolji rezultat na takmičenju.

2. Napisati program koji učitava broj učenika na takmičenju iz matematike i zatim broj bodova koje su učenici osvojili na svakom od 5 zadataka i štampa ukupan broj bodova onog učenika koji je pobijedio na takmičenju. **Ulaz**: U prvom redu ulaza nalazi se prirodan broj n (0 < n < 21) – broj učesnika na takmičenju. U sljedećih n redova nalazi se po 5 cijelih brojeva iz intervala [0, 20] koji predstavljaju matricu dimenzija n x 5 – rezultate svakog učesnika. **Izlaz**: Štampati jedan cio broj – najbolji rezultat na takmičenju.
3. Data je šahovska tabla na kojoj je raspoređeno osam dama. Napisati program koji provjerava da li se neke dvije dame napadaju. Dvije dame se napadaju ako se nalaze u istoj vrsti (redu), istoj koloni ili na istoj dijagonali. **Ulaz**: Sa standardnog ulaza učitava se matrica dimenzije 8×8 čiji su svi elementi 0 ili 1. Matrica ima tačno 8 jedinica koje opisuju položaj dama na tabli. **Izlaz**: Na standardnom izlazu štampati tekst `NE` ako se dame ne napadaju ili `DA` ako se neke dvije dame napadaju.

Primjer:

Ulaz	Izlaz

`0 0 0 0 0 1 0 0`
`0 0 0 1 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0 0 1 0`
`1 0 0 0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0 0 0 1`
`0 1 0 0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 1 0 0 0`
`0 0 1 0 0 0 0 0`
	NE

`0 0 0 0 0 1 0 0`
`0 0 0 1 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0 0 1 0`
`1 0 0 0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 0 0 0 1`
`0 1 0 0 0 0 0 0`
`0 0 1 0 0 0 0 0`
`0 0 0 0 1 0 0 0`
	DA

ZADACI ZA VJEŽBU

VI razred

Ravan i skupovi tačaka u ravni. Razlomci

1. Nacrtati duž AB = 5 *cm*. Da li su figure K(A, 2 *cm*) ∩ K(B, 4 *cm*) i K(A, 2 *cm*) ∪ K(B, 4 *cm*) osnosimetrične? Koliko osa simetrije imaju ove figure?
2. Dopuniti crtež tako da dobiješ simetričnu sliku jelke.

3. Označiti tačkom S mjesto na kojem će stanovnici naselja A i B sagraditi most jednako udaljen od oba mjesta.

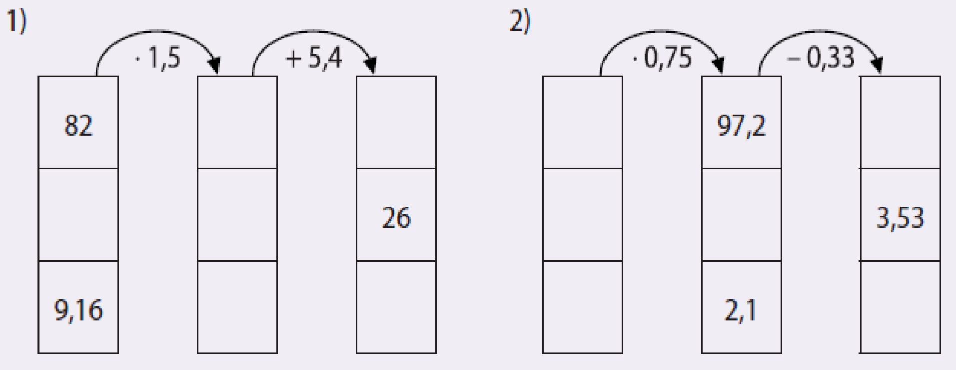
4. Na kom mjestu treba sagraditi piceriju jednako udaljenu od puteva *a*, *b* i *c*? Obilježiti na crtežu to mjesto kao tačku M.

5. Izračunati $\frac{a}{10} : b$ ako je $a = 1 + 3 : 1\frac{1}{5} - \frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$ i $b = \left(2\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{7}\right) : 4$.

6. Janko se bavi atletikom i najbolje rezultate postiže u trkama na kratke staze. Na jednom od svojih treninga prvo je 50 m istrčao za 9 sekundi. Tim vremenom nije bio zadovoljan i drugi put je uspio da vrijeme skrati za $\frac{1}{6}$, dok ga je u trećem pokušaju umor savladao i postigao je vrijeme koje je $\frac{13}{10}$ drugog rezultata. Za koliko je poslednji rezultat slabiji od prvog?

7. Nemanja skuplja markice. Prve godine je skupio 72 markice, a druge godine za trećinu više markica, dok se treće godine ukupan broj markica uvećao za dvije trećine. Koliko markica ima Nemanja poslije tri godine?

8. Popuniti date šeme:



9. Za koje vrijednosti promjenljive a je:

a) proizvod $1\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{4}{9}$ manji od razlike brojeva $1\frac{1}{4}$ i 0,6;

b) zbir $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}a$ veći od proizvoda brojeva 2,2 i 1,8;

c) količnik izraza $3{,}5a - \frac{1}{3}$ i 0,75 uvećan za 1,2 veći od količnika brojeva 0,5 i $1\frac{2}{3}$?

10. Ako je geografska karta nacrtana u razmjeri:

a) 1: 5 000; b) 1:100 000;

koliku razdaljinu predstavlja duž od 5,6 cm? Kojom dužinom je na istoj karti predstavljeno rastojanje od 5 km?

Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

I grupa

1. Izračunati:

   a) $2\frac{4}{5} : 3\frac{1}{3}$; b) $18 : 3{,}75$; c) $\frac{4}{19} : 8$.

2. Riješiti nejednačine i rješenja predstaviti na brojevnoj polupravoj:

   a) $0{,}4 \cdot x < 3\frac{1}{2}$; b) $x : \frac{5}{28} \geq 4{,}9$.

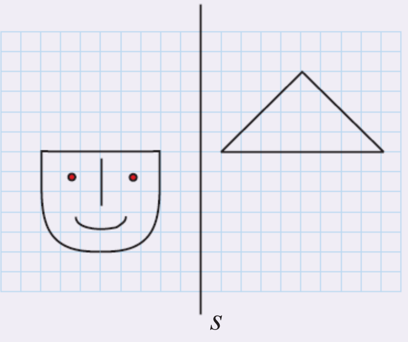
3. Odrediti tačku (mjesto) S, na kojoj stanovnici sela A i B treba da sagrade autobusku stanicu podjednako udaljenu od oba sela.

4. Za pripremu soka koriste se sirup i voda u odnosu 1 : 5. Ako u bokal sipaš 75 ml sirupa, koliko vode treba da dodaš? Koliko litara soka ćeš dobiti od 350 *ml* sirupa?

5. Izračunati vrijednost izraza $A = \left(\frac{2}{5} + 1{,}6\right) : 0{,}5 - 0{,}2 \cdot \frac{5}{4}$, $B = \frac{2}{5} + 1{,}6 : 0{,}5 - 0{,}2 \cdot \frac{5}{4}$ i $C = \left(\frac{2}{5} + 1 : 0{,}5 - 0{,}26\right) \cdot \frac{5}{4}$, pa ih uporediti.

II grupa

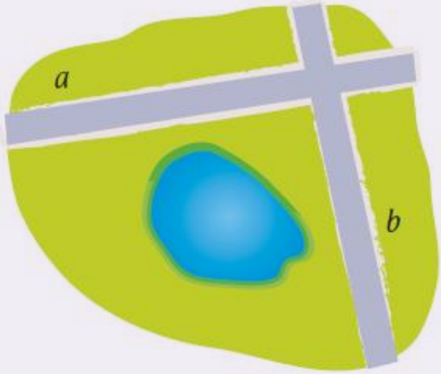
1. Dopuniti slike tako da budu simetrične u odnosu na osu sumetrije s.



2. Izračunati:

   $a)\ 1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$; $b)\ 7{,}8 \cdot 2{,}5$; $c)\ 1\frac{5}{27} \cdot 3$.

3. Gdje treba sagraditi hotel na obali jezera tako da bude jednako udaljen od puteva a i b? Obilježiti na crtežu to mjesto kao tačku H. Koliko ima rješenja?



4. U odjeljenju od 32 učenika 25% su odlični učenici, a 56,25% su djevojčice sa odličnim uspjehom. Koliko ima odličnih učenika, a koliko djevojčica sa odličnim uspjehom u tom odjeljenju?

5. Izračunaj brojevnu vrijednost izraza $5\frac{2}{3}a + \left(\frac{1}{4}b - 0{,}3a\right) : c$

   ako je $a = \frac{6}{25}$, $b = 7{,}8$ i $c = 1\frac{1}{4}$.

Nikola Dukić, JU OŠ „Anto Đedović“, Bar

VII razred

Racionalni brojevi. Četvorougao

1. Izračunati vrijednost izraza:

   $a)\ -\frac{3}{4} - 0{,}25 : \left(-\frac{5}{12}\right)$; $b)\ \left(4\frac{8}{15} - 5\frac{7}{12}\right) : \frac{7}{40} - \frac{2}{15} \cdot 1{,}25$;

   $$c)\ \frac{-3\frac{27}{31} \cdot \left(-3\frac{1}{10}\right) - 8{,}4 : 0{,}1}{\left(\frac{1}{2} : 0{,}3 - 4\frac{2}{3}\right) \cdot (-0{,}3)}.$$

2. Ako je $a = -2$ i $b = -\frac{3}{2}$ izračunati vrijednosti izraza:
   $a)$ $\frac{2}{3b}$; $b)$ $\frac{a-(-3a+2b)b}{a+b}$.

3. Riješiti jednačine:
   a) $-\frac{2}{5}x - 0{,}3 = -1\frac{1}{2}$; $b)$ $\frac{1}{2} + 0{,}4\left(3x - \frac{2}{3}\right) = -1$;

   $c)$ $\left(\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}x + \frac{5}{6}\right)\right) : \frac{1}{3} - \frac{7}{5} = -1\frac{3}{4}$.

4. Iz izraza: $\frac{2}{3} \cdot a + \frac{3}{4} \cdot b + c : \left(-\frac{4}{5}\right) = -2\frac{1}{3}$ odrediti b ako je $a = -1 + \frac{6}{5} : 0{,}8$ i $-\frac{5}{3} - c \cdot \left(-1\frac{1}{4}\right) = \frac{7}{3}$.

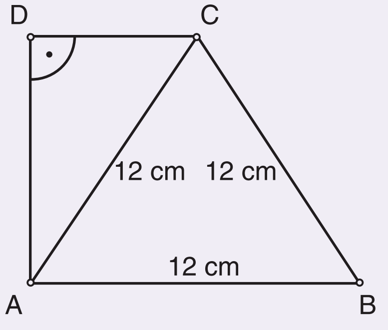
5. Riješiti nejednačine i skup rješenja prikazati na brojevnoj pravoj:

   $a)$ $3x - 7 < -5$; $b)$ $1\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right) > 1{,}6$;

   $c)$ $\left(-\frac{3}{4}x - \frac{2}{3} : 1\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{2}{3} \leq 1\frac{3}{5}$.

6. Odrediti unutrašnje uglove četvorougla ako važi:
   a) $\alpha = 45°$, $\beta_1 = 54°$, $\gamma = 154°$; b) $\beta = 3\alpha$, $\gamma = 2\beta$, $\delta = \gamma - \alpha$.

7. a) Konstruisati paralelogram $ABCD$ ako je: $AB = 7\ cm$, $AD = 5\ cm$, $\measuredangle A = 120°$.
   b) Konstruisati pravougaonik čija je dijagonala 6 cm, a ugao između dijagonala iznosi 30°.
   c) Konstruisati romb ako je njegov obim 20 cm, a duža dijagonala je 1,4 puta duža od stranice romba.
8. Odrediti srednju duž pravouglog trapeza sa slike.



9. Dijagonala jednakokrakog trapeza dijeli srednju duž na odsječke od 3 cm i 3,5 cm. Odrediti obim tog trapeza ako njegov krak iznosi 4 cm.

10. Odrediti uglove deltoida $ABCD$, ako manja dijagonala BD obrazuje sa stranicama AB i AD jednakostranični trougao, a ugao kod tjemena C iznosi 34°.

Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

I grupa

1. Riješiti jednačine:

   a) $-0{,}4x - \frac{3}{8} = -2\frac{1}{4}$; b) $\left(\frac{3}{4}x + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-3\frac{1}{5}\right) = 0{,}4.$

2. a) Riješiti nejednačinu: $\frac{4}{5}x \leq 3\frac{1}{2} - 5.$

   b) Odrediti najveće cjelobrojno rješenje nejednačine:
   $\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right) < -1.$

3. Ako je $A = -0{,}5 : \left(2\frac{3}{5} - \frac{3}{4}\right)$, $B = -\left|-1\frac{1}{4} - |-3 \cdot 0{,}1|\right|$ i $C = -\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \cdot 0{,}2$, odrediti vrijednost izraza:

$$\frac{-6\frac{1}{6} \cdot A - 3{,}1 : B}{2 - \frac{1}{C}}.$$

4. a) Odrediti unutrašnje uglove četvorougla ako važi:
   $\alpha_1 = 111°$, $\beta = 107°$ i $\gamma_1 = 89°$;

   b) Duža osnovica jednakokrakog trapeza iznosi 12 cm, a srednja duž 9 cm. Odrediti obim tog trapeza ako je jedan od njegovih uglova 60°.

5. Konstruisati paralelogram $ABCD$ ako je $AB = 6\ cm$, $AC = 9\ cm$, $\measuredangle B = 120°$.

II grupa

1. Riješiti jednačine:

   $a)$ $-\frac{2}{3} - 0{,}1x = -\frac{1}{9}$; $b)$ $-2\frac{3}{4} \cdot \left(1{,}2 - \frac{3}{5}x\right) = -1\frac{3}{8}.$

2. a) Riješiti nejednačinu: $\frac{2}{5}x > 3 - \frac{4}{15}$.

   b) Odrediti najmanje cjelobrojno rješenje nejednačine:

   $-\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}x - 1\right) + \frac{3}{5} \leq -\frac{3}{8}$.

3. Ako je $A = \frac{2}{3} - 2\frac{1}{6} : 3\frac{1}{3}$, $B = -0{,}5 - 2\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{3}{5}$ i $C = -\left|\left|-4\frac{1}{6} \cdot 0{,}2\right| - 0{,}25\right|$, odrediti vrijednost izraza:

$$\frac{1}{-A : (-B)} - \frac{0{,}3}{-\frac{1}{C} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)}.$$

4. a) Odrediti unutrašnje uglove četvorougla ako važi: $\alpha = 121°$, $\beta_1 = 105°$ i $\gamma_1 = 94°$.
   b) Izračunati visinu jednakokrakog trapeza obima 38 cm, ako je manja osnovica 8 cm, srednja duž 14 cm i jedan od uglova tog trapeza iznosi 45°.

5. Konstruisati romb ako ga manja dijagonala dijeli na dva jednakokraka trougla, osnovice 3 cm i ugla pri vrhu 30°.

Marijana Đurnić, JU OŠ „Meksiko“, Bar

VIII razred

Pitagorina teorema. Krug

1. Izračunati površinu i obim pravougaonika ako je jedna stranica dužine 6 cm, a dijagonala 10 cm.

2. Obim romba je $O = (-6)^2 - (-8^2)$ cm, a jedna dijagonala je $d_1 = \sqrt{4} + \sqrt{324} + \sqrt{100}$ cm. Izračunati površinu romba.

3. Izračunati visinu jednakokrakog trapeza ABCD ($AB \parallel CD$) ako je AB = 13 cm, BC = 5 cm i $AC \perp BC$.

4. Dat je kvadrat stranice 5 cm. Koliko iznosi stranica drugog kvadrata čija je površina dva puta veća od površine prvog kvadrata?

5. Izračunati površinu pravouglog trapeza čije su osnovice 12 cm i 8 cm, a duži krak 5 cm.

6. Dužine poluprečnika dvije koncentrične kružnice su 5 cm i 13 cm. Izračunati dužinu tetive većeg kruga koja dodiruje manju kružnicu.

7. U pravouglom koordinatnom sistemu xOy predstaviti tačke: $A(-5,-2)$, $B(-5,4)$, $C(3,4)$, a zatim odrediti koordinate četvrte tačke D tako da je ABCD pravougaonik i izračunati obim i površinu tog pravougaonika.

8. Dužina velike kazaljke na satu je 9 cm. Koliki put pređe vrh te kazaljke za 2 sata i 20 minuta?

9. Koliki je obim kruga čija je površina jednaka zbiru površina dva kruga kojima su poluprečnici $r_1 = 6\ cm$ i $r_2 = 8\ cm$?

10. Izračunati dužinu kružnog luka nad stranicom jednakostraničnog trougla čiji je obim 54 cm.

Bonus zadaci

11. Odrediti dužinu hipotenuze pravouglog trougla ako su poznate dužine težišnih duži koje odgovaraju katetama $t_a = 12\ cm$ i $t_b = 9\ cm$.

12. Zbir dijagonala romba iznosi 8 cm a proizvod dijagonala 7 cm^2. Odrediti obim romba.

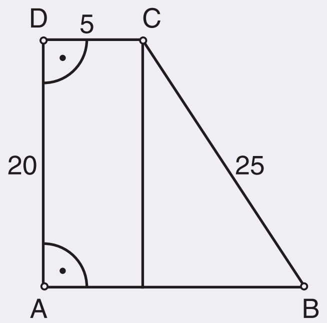
Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

I grupa

1. Izračunati površinu pravouglog trougla ako je jedna kateta 8 cm a hipotenuza 17 cm.

2. Visina romba je 8 cm, a jedan unutrašnji ugao sa svojim spoljašnjim uglom je u razmjeri 1 : 5. Izračunati površinu i obim romba.

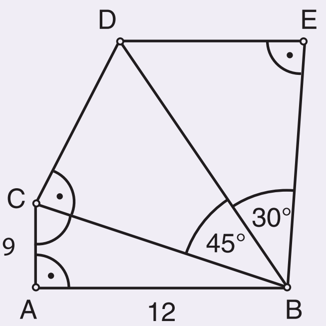
3. Izračunati površinu pravouglog trapeza sa slike:



4. Koliko stepeni ima periferijski ugao nad kružnim lukom koji je jednak $\frac{1}{6}$ kružnice?
5. U ravni pravouglog koordinatnog sistema xOy predstaviti tačke: $A(0,5), B(-3,0), C(4,0)$ i odrediti površinu trougla ABC.

II grupa

1. Visina jednakokrakog trougla jednaka je osnovici. Izračunati površinu trougla i dužinu kraka ako je osnovica dužine 8 cm.
2. Izračunati obim i površinu paralelograma ako visina paralelograma iznosi 10 cm i jedan spoljašnji ugao tog paralelograma je 135°.
3. Izračunati dužinu duži BE sa slike ako je $DE = 5\sqrt{2}\ cm$.



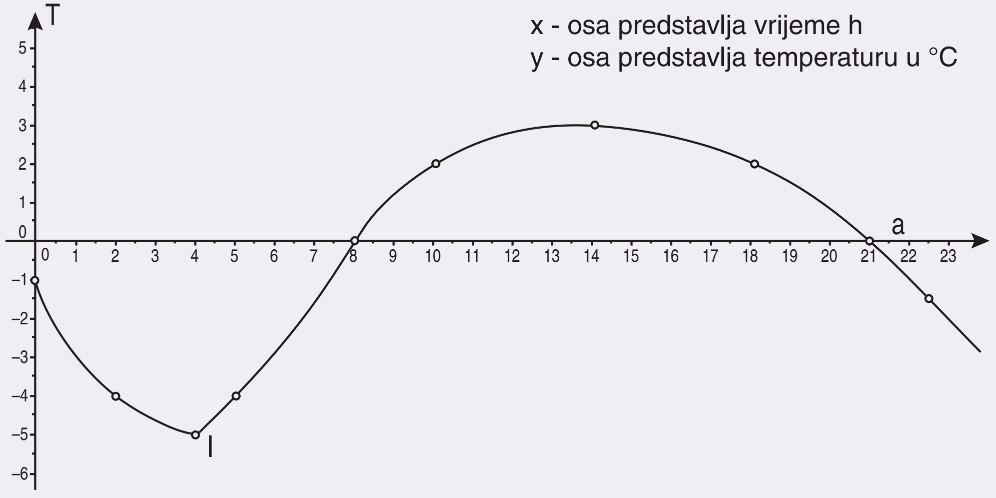
4. Izračunati površinu kruga čiji je obim $6\pi\ cm$.
5. U ravni pravouglog koordinatnog sistema xOy predstaviti tačke: $A(3,4), B(-2,5), C(0,6), D(-3,0), O(0,0)$ i odrediti obim i površinu trougla CDO.

Fuad Kršić, JU OŠ „Dr Dragiša Ivanović", Podgorica

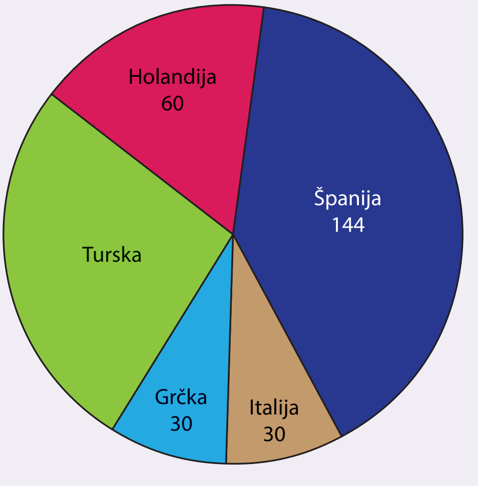
IX razred

Valjak. Kupa. Lopta. Prikazivanje i obrada podataka

1. Površina baze valjka je $36\pi\ cm^2$. Izračunati njegovu površinu i zapreminu ako je njegova visina:
   a) za 2 *cm* manja od poluprečnika osnove valjka;
   b) 3 puta veća od poluprečnika osnove valjka.
2. Površina omotača kupe je $65\pi\ cm^2$, a prečnik osnove je dužine 10 *cm*. Izračunati površinu i zapreminu ove kupe.
3. Površina lopte je $36\pi\ cm^2$. Izračunati zapreminu ove lopte.
4. Izračunati zapreminu kupe ako je površina njenog omotača $240\pi\ cm^2$, a dužina njenog poluprečnika i izvodnice se odnose kao 3 : 5.
5. Površina valjka je $320\pi\ cm^2$, a njegov poluprečnik je 8 *cm*. Izračunati zapreminu tog valjka.
6. Iz pune čaše oblika valjka prečnika osnove 6 *cm* i visine 8 *cm*, tečnost je prelivena u drugu čašu oblika valjka prečnika osnove 8 *cm*. Kolika je visina tečnosti u drugoj čaši?
7. Površina osnove kupe je $324\pi\ cm^2$. Izvodnica kupe nagnuta je prema ravni osnove pod uglom od:
   a) 60°; b) 30°; c) 45° . Izračunati površinu i zapreminu kupe.
8. Izračunati površinu i zapreminu tijela koje nastaje rotacijom pravouglog trapeza oko kraće osnovice. Duži krak trapeza je 10 *cm*, visina je 6 *cm*, a duža osnovica je 14 *cm*.
9. Izračunati P i V valjka koji je upisan u pravilnu četvorostranu prizmu čija je površina baze 16 cm^2, a površina omotača 80 cm^2.
10. Izračunati P i V kupe upisane u pravilnu trostranu piramidu čija je osnovna ivica 6 *cm*, a visina 5 *cm*.
11. Na slici su prikazani zapisi termografa u toku jednog dana (od 0 do 24 *h*). Na osnovu datog grafika odgovoriti na sljedeća pitanja:
    a) U koliko sati je temperatura bila najniža?
    b) Kolika je bila temperatura u 2 *h*?
    c) U kom vremenskom intervalu je temperatura bila iznad 0°C?
    d) U koliko sati je temperatura bila 2°C?
    e) U kom vremenskom intervalu je temperatura rasla, a u kom padala?



12. Preko turističke agencije **„Vacation”** je u 2019. godini putovalo ukupno 2 400 turista. Agencija je organizovala putovanja u sljedeće zemlje: Grčka, Turska, Španija, Italija i Holandija. Agencija je podatke o posjećenosti ovim zemljama „posredstvom nje” predstavila kružnim dijagramom. Na osnovu dijagrama odrediti:
    a) Koliko je putnika posjetilo svaku od ovih zemalja?
    b) Koja zemlja je bila najposjećenija?
    c) Koliko procenata putnika ove agencije je posjetilo Španiju?

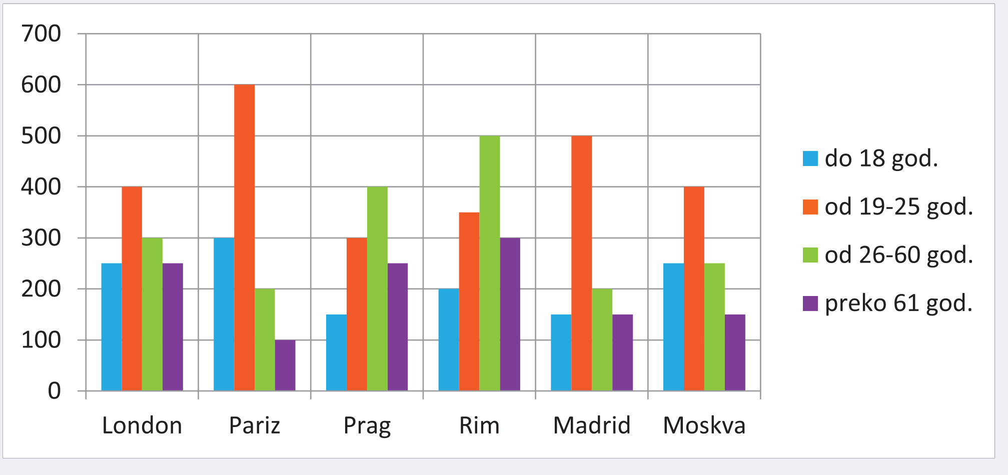


Prijedlog četvrtog pismenog zadatka

I grupa

1. Površina omotača valjka je $240\pi\ cm^2$, a poluprečnik njegove osnove je $12\ cm$. Izračunati površinu i zapreminu valjka.
2. Zapremina kupe je $1\ 024\pi\ cm^3$, a njena visina je $12\ cm$. Izračunati površinu kupe.
3. Metalna kupa čiji je poluprečnik osnove $2\sqrt{3}\ cm$ i visina $3\ cm$ je pretočena u metalnu kuglu. Koja je površina kugle?
4. Izračunati površinu i zapreminu tijela koje nastaje rotacijom jednakokrakog trapeza oko duže osnovice. Krak trapeza je $10\ cm$, visina je $8\ cm$, a kraća osnovica je $4\ cm$.
5. Turistička agencija organizuje obilaske evropskih gradova. Na sledećem dijagramu je predstavljen broj prodatih aranžmana po gradovima i starosti turista.

a) Koja je dva grada posjetio isti broj turista?
b) Koji je grad posjetilo najviše turista starijih od 61 godine?
c) Koji je grad posjetilo najviše turista mlađih od 26 godina?



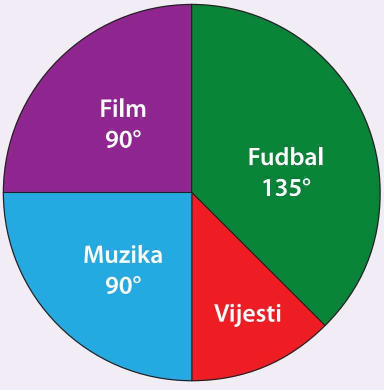
II grupa

1. Zapremina valjka je $360\pi\ cm^3$, a poluprečnik osnove je $6\ cm$. Izračunati površinu valjka.

2. Površina omotača kupe je $15\pi\ cm^2$, a dužina izvodnice je 5 cm. Izračunati površinu i zapreminu kupe.
3. Metalna kugla čiji je poluprečnik 6 cm, pretočena je u metalni valjak visine 16 cm. Odrediti površinu omotača valjka.
4. Izračunati površinu i zapreminu valjka koji je opisan oko pravilne trostrane prizme čija je osnovna ivica 6 cm a visina 10 cm.
5. U jednoj anketi je učestvovalo 400 ispitanika. Svaki od ispitanika je trebalo da zaokruži jedan od brojeva 1), 2), 3) ili 4) na anketnom listiću sledeće sadržine:

   Na televiziji najviše volim da gledam:
   1. Fudbal
   2. Filmove
   3. Muzičke emisije
   4. Vijesti

Rezultati ankete prikazani su u obliku kružnog dijagrama na slici ispod. Na osnovu dijagrama odrediti koliko ispitanika voli da gleda: fudbal, filmove, muzičke emisije i vijesti.



ODABRANI ZADACI

VI razred

1. Putnik je putovao 3 dana. Prvog dana je prešao $\frac{3}{8}$ puta, drugog dana $\frac{3}{7}$ ostatka, a trećeg dana je prešao preostali dio puta. Koliko kilometara puta je putnik prešao za tri dana ako se zna da je trećeg dana prešao 50 km više nego drugog dana?

2. Zapremina kvadra čije su ivice a, b i c je $70\ m^3$. Odrediti najveću moguću površinu kvadra ako se zna da su a, b i c različiti prirodni brojevi.

3. Nacrtati duž $|AB| = 5{,}5\ cm$, pa odrediti tačku C koja je od tačke A na rastojanju od $3\ cm$, a od tačke B na rastojanju $4\ cm$. Zatim odrediti tačku M koja je na jednakom rastojanju od tačaka A, B i C.

4. Za koje vrijednosti promjenljive x je razlika količnika $\left(5{,}4 \cdot x - \frac{1}{3}\right) : \frac{3}{4}$ i broja $1{,}2$ veća od proizvoda brojeva $1\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{2}$?

VII razred

1. Izračunati uglove romba ako simetrala ugla između stranice i duže dijagonale romba siječe stranicu romba pod uglom od $67°30'$.

2. Dokazati da je zbir uglova na većoj osnovici trapeza manji od zbira uglova na manjoj osnovici.

3. Lidija voli šestocifrene brojeve kod kojih je zbir cifara na neparnim mjestima jednak zbiru cifara na parnim mjestima, a Valerija one kod kojih je zbir prve tri cifre jednak zbiru poslednje tri. Koliko ima šestocifrenih brojeva koje vole Lidija i Valerija?

4. Iz punog drvenog bureta presuto je u prazno plastično bure $\frac{1}{6}$ tečnosti, a zatim $\frac{2}{3}$ preostale tečnosti. U plastično bure nije mogla da stane sva tečnost i prolilo se 48 litara. Koliko litara zahvata svako bure ako je zapremina drvenog bureta dva puta veća od zapremine plastičnog bureta?

VIII razred

1. Rastojanje tetive AB do centra kružnice je mjerni broj rješenja jednačine $x - \frac{2x-5}{5} = 4$ mjerene u centimetrima. Ako tetiva sa poluprečnikom gradi ugao od $30°$, odrediti dužinu tetive, obim i površinu kruga.

2. Ako krak $b = 12\ cm$ jednakokrakog trougla zaklapa sa osnovicom ugao od $75°$, izračunati površinu tog trougla.

3. Dijagonala jednakokrakog trapeza $ABCD$ $(AB||CD)$ dijeli srednju duž na odsječke od $6\ cm$ i $8\ cm$. Izračunati obim i površinu trapeza ako je krak $2\sqrt{5}\ cm$.

4. Dječaci dijele klikere. Prvi dječak je uzeo tri klikera i deseti dio ostatka, drugi dječak 6 klikera i deseti dio preostalih klikera, treći dječak devet klikera i deseti dio preostalih dio klikera, itd. Sve dok nisu podijeljeni svi klikeri. Ispostavilo se da su svi dječaci dobili isti broj klikera. Koliko dječaka je dijelilo klikere?

IX razred

1. Površina omotača valjka je $5k$, a poluprečnik osnove $\sqrt{\frac{k}{2\pi}}$, $k > 0$.
   Odrediti odnos poluprečnika osnove i visine valjka.

2. Površina osnog presjeka kupe je jednakokraki pravougli trougao površine $9\,m^2$. Kupa je upisana u pravilnu četvorostranu prizmu čija je visina jednaka visini kupe. Odrediti odnos zapremina kupe i prizme.

3. Dva molera radeći zajedno okreče zgradu za 15 dana. Ako prvi radi 8 dana, a drugi 5 dana onda završe $\frac{11}{24}$ posla. Za koliko dana bi mogao svaki moler završiti posao radeći sam?

4. Rješenje jednačine $\frac{1}{4}x^2 - 7x + 49 = 0$ je mjerni broj poluprečnika lopte, izražen u centimetrima. Izračunaj površinu i zapreminu lopte.

Nela Đurišić i Jovana Dubak, JU OŠ „Branko Božović“ Podgorica

TAKMIČARSKI ZADACI

VI razred

1. Neka je aritmetička sredina 10 različitih prirodnih brojeva 12. Koliki može biti najveći od tih brojeva?

2. Odrediti sve prirodne brojeve x i y koji ispunjavaju uslove:

$$\frac{11}{2x+y} < \frac{y}{3} < \frac{5}{6} \quad \text{i} \quad \frac{5}{6} < \frac{x}{9} < 1\frac{1}{7}.$$

VII razred

1. Tačke P i Q su redom središta stranica BC i AD proizvoljnog četvorougla $ABCD$. Dokazati da duž PQ nije veća od poluzbira stranica AB i CD.

2. Dat je trocifreni broj x koji ima sve cifre različite i nijedna nije nula. Zbir svih trocifrenih brojeva koji imaju iste cifre kao dati broj x je tri puta veći od trocifrenog broja čije su sve cifre jednake cifri stotina broja x. Odrediti broj x.

VIII razred

1. Odrediti obim i površinu tupouglog trougla ako su mjerni brojevi njegovih stranica tri uzastopna prirodna broja.

2. U četvorouglu $ABCD$ je $AB + AD = 8\ cm$, $BC = CD$, $\measuredangle BAD = \measuredangle BCD = 90°$. Izračunati površinu tog četvorougla.

IX razred

1. Naći sva rješenja jednačine:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{5}\ , \quad a, b\ \in N.$$

2. Data je prava trostrana piramida $ABCD$ takva da su njene ivice AB, AC i AD uzajamno normalne. Ako su površine strana ABC, ACD i ABD redom jednake $24\ cm^2$, $12\ cm^2$ i $16\ cm^2$, izračunati zapreminu te piramide.

Nela Đurišić i Jovana Dubak, JU OŠ „Branko Božović“ Podgorica

TAKMIČARSKI ZADACI IZ PROŠLOG BROJA

VI razred

1. Šta je veće: $\frac{3{*}5{*}}{36}$ ili $\frac{5{*}3{*}}{45}$ ako umjesto * mogu da stoje bilo koje cifre?

2. Od kanapa dužine $\frac{2}{3}\ m$ odsjeći komad dužine pola metra, bez upotrebe sprava za mjerenje dužine.

Rješenje:

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ \frac{3{*}5{*}}{36} = \frac{5\cdot 3{*}5{*}}{180} \leq \frac{5\cdot 3959}{180} = \frac{19795}{180} \\ \frac{5*3*}{45} = \frac{4\cdot 5*3*}{180} \geq \frac{4\cdot 5030}{180} = \frac{20120}{180} \end{array}\right\}$$

Drugi broj je veći.

2. Savijemo kanap na pola i dobićemo dužinu $\frac{1}{3}$ m. Novim savijanjem na pola dobijamo $\frac{1}{6}$ m. Odsijecimo $\frac{1}{6}$ i ostaće kanap dužine: $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ m.

VII razred

1. Neka je $A = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}$ i $B = -5+\frac{1}{2+\frac{2}{3+\frac{1}{2}}}$.

   Dokazati da je $C = \frac{7}{11}A + 18B$ cio broj.
2. Ako je tačka H ortocentar trougla, dokazati da je $\measuredangle AHB + \measuredangle C = 180^\circ$.

Rješenje:

1. $A = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}} = 1+\frac{1}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}} = 1+\frac{1}{1+\frac{3}{4}} = 1+\frac{1}{\frac{7}{4}} = 1+\frac{4}{7} = \frac{11}{7}$

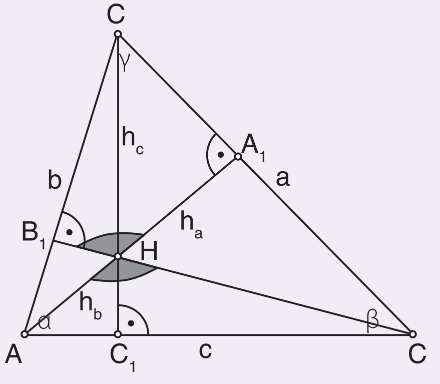
   $B = -5+\frac{1}{2+\frac{2}{3+\frac{1}{2}}} = -5+\frac{1}{2+\frac{2}{\frac{7}{2}}} = -5+\frac{1}{2+\frac{4}{7}} = -5+\frac{1}{\frac{18}{7}} = -5+\frac{7}{18} = -\frac{83}{18}$

   $C = \frac{7}{11}A + 18B = \frac{7}{11}\cdot\frac{11}{7} + 18\cdot\left(-\frac{83}{18}\right) = 1+(-83) = -82 \in Z.$

2. Iz trougla ABB_1 koji je pravougli, izrazimo:

$$\measuredangle ABB_1 + \alpha = 90^\circ$$

$$\measuredangle ABB_1 = 90^\circ - \alpha$$



Iz trougla BAA_1 koji je takođe pravougli, izrazimo:

$$\measuredangle BAA_1 + \beta = 90^\circ$$

$$\measuredangle BAA_1 = 90^\circ - \beta$$

Sada posmatramo trougao ABH:

$$\measuredangle ABB_1 + \measuredangle BAA_1 + \measuredangle AHB = 180^\circ$$

$$90^\circ - \alpha + 90^\circ - \beta + \measuredangle AHB = 180^\circ$$

$$\measuredangle AHB = \alpha + \beta$$

Znamo da je: $\alpha+\beta+\gamma=180^{\circ} \to \alpha+\beta=180^{\circ}-\gamma$.
Ovo zamijenimo u prethodni izraz i dobijamo:

$\measuredangle AHB=\alpha+\beta$
$\measuredangle AHB=180^{\circ}-\gamma$
$\measuredangle AHB+\gamma=180^{\circ}$
$\measuredangle AHB+\measuredangle C=180^{\circ}$.

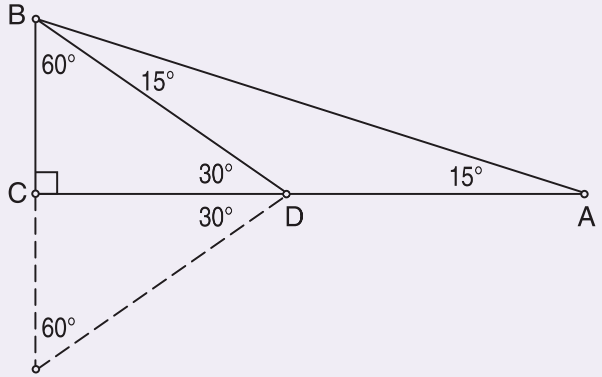
VIII razred

1. Uporediti brojeve $\sqrt{2006}+\sqrt{2010}$ i $2\sqrt{2008}$.
2. Dat je pravougli trougao ABC takav da je $\measuredangle BCA=90^{\circ}$ i $\measuredangle BCA=15^{\circ}$.
   Izračunati vrijednost izraza $\frac{|AC|}{|BC|}+\frac{|BC|}{|AC|}$.

Rješenje:

1. $(\sqrt{2006}+\sqrt{2010})^2=(\sqrt{2006})^2+2\sqrt{2006}\sqrt{2010}+(\sqrt{2010})^2=$
   $2006+2\sqrt{2006}\sqrt{2010}+2010=4016+2\sqrt{2006}\sqrt{2010}=$
   $2\left(2008+\sqrt{2006\cdot 2010}\right)$. Dalje je:
   $\sqrt{2006\cdot 2010}=\sqrt{(2008-2)\cdot(2008+2)}=\sqrt{2008^2-4}<$
   $\sqrt{2008^2}<2008$. Zato slijedi:
   $(\sqrt{2006}+\sqrt{2010})^2<2\cdot(2008+2008)=4\cdot 2008$.
   Korjenovanjem poslednje nejednakosti dobijamo:
   $$\sqrt{2006}+\sqrt{2010}<2\sqrt{2008}.$$

2. Uočimo $\measuredangle ABC=180^{\circ}-\measuredangle BCA-\measuredangle CAB=180^{\circ}-90^{\circ}-15^{\circ}=75^{\circ}$.
   Odaberimo na stranici AC tačku D takvu da je $\measuredangle DBC=60^{\circ}$.
   Tada je $\measuredangle ABD=$ $\measuredangle ABC-\measuredangle DBC=75^{\circ}-60^{\circ}=15^{\circ}$, pa je trougao ABD jednakokraki i $|AD|=|BD|$. S druge strane, trougao CDB je pravougli sa uglovima $\measuredangle DBC=60^{\circ}, \measuredangle BCD=90^{\circ}$ i $\measuredangle CDB=180^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}=30^{\circ}$.



To znači da je trougao CDB polovina jednakostraničnog trougla sa stranicama dužine $|BD|$, a tačka C je središte jedne stranice tog jednakostraničnog trougla, tj. podnožje njegove visine iz vrha D. Zato je $a=|BC|=\frac{1}{2}|BD|$, tj. $|BD|=2a$, a primjenom Pitagorine teoreme važi:

$$|CD|=\sqrt{|BD|^2-|BC|^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=\sqrt{3a^2}=a\sqrt{3}$$

Sada je $|AC|=|AD|+|CD|=|BD|+|CD|=2a+a\sqrt{3}=a(2+\sqrt{3})$ i

$$\frac{|AC|}{|BC|}+\frac{|BC|}{|AC|}=\frac{a(2+\sqrt{3})}{a}+\frac{a}{a(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}=$$

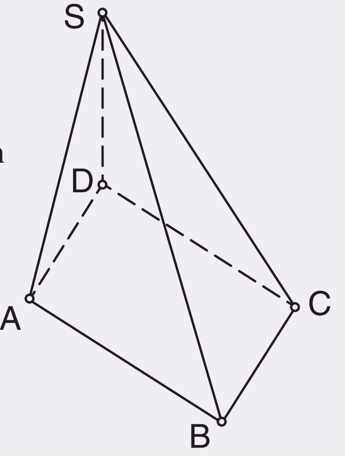
$$2+\sqrt{3}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}\cdot\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}+\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$$

Dakle $\frac{|AC|}{|BC|}+\frac{|BC|}{|AC|}=4$.

IX razred

1. Tačka S ne pripada ravni pravougaonika ABCD. Nagib prave SC prema ravni pravougaonika je 45º, nagib prave SA prema istoj ravni je 30º, a duž SD, dužine 6 *cm*, normalna je na ravan ABCD. Izračunati površinu piramide SABCD.
2. Kocku sira ivice 13 *dm* napalo je 2021 miševa. Dokazati da se neposredno posle napada može isjeći kocka sira ivice 1 *dm* (kubni decimetar) unutar koje se ne nalazi ni jedan miš.

Rješenje:



1. Omotač piramide SABCD, čine četiri pravougla trougla: SAD, SCD, SAB, SBC.
   Prava CD je normalna na ravan SAD, a samim tim i prava BA, koja je paralelna sa CD. Zbog toga je $BA \perp SA$. Slično se utvrđuje da je $BC \perp CS$.

   Koristeći date uglove, nalazimo da je CD = SD = AB = 6 *cm*, CS = $6\sqrt{2}cm$.

   AS = 2SD = 12 *cm* i AD = BC = $6\sqrt{3}cm$.

P = B + M

$$P = AB \cdot BC + \frac{1}{2}(AB \cdot AS + AD \cdot DS + CD \cdot DS + BC \cdot CS)$$

$$P = 6 \cdot 6\sqrt{3} + \frac{1}{2}\left(6 \cdot 12 + 6\sqrt{3} \cdot 6 + 6 \cdot 6 + 6\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2}\right)$$

$$P = \left(54\sqrt{3} + 54 + 18\sqrt{6}\right)\, cm^2.$$

2. $V_{kocke} = a^3 = 13^3 = 2197\ dm^3$.
Ovu kocku sira možemo isjeći na 2197 kocki ivice 1 dm. Kako je miševa 2021, to po Dirihleovom principu, postoji kocka ivice 1 dm, tj. zapremine 1 dm^3, u kojoj nema miševa. Takvih kocki ima najmanje 176 $(2197 = 1 \cdot 2021 + 176)$.

Irena Pavićević i Dejana Drakić, OŠ „Štampar Makarije", Podgorica

PRIPREMA ZA ČAS

1. Nastavnice:	Dijana Miladinović i Milena Lješnjak
2. Predmet:	Matematika, redovna nastava
3. Tema:	Izrada ankete i prikazivanje podataka
4. Ciljevi:	**Opšti:** – prikupljanje i prikazivanje podataka na osnovu ankete i istraživanja; **Specifični:** – implementacija različitih predmetnih programa i sadržaja kroz prikupljanje i prikazivanje podataka; – istražiti odnos okruženja prema knjizi, reljefu, porodici, društvu.
5. Ishodi učenja:	– prikupljanje podataka putem ankete i istraživanjem; – razvrstavanje podataka; – prikazivanje podataka linijskim dijagramom, tabelom, dijagramom sa stupcima ili kružnim dijagramom; – čita i tumači podatke prikazane na razne načine.
6. Ciljna grupa:	– učenici IX razreda.
7. Broj časova i vremenski period realizacije:	– 2 (3) časa.

8. Scenario (strategije učenja i njihov slijed) te učenikove aktivnosti:	– Nakon što je obradio temu „Grafička obrada podataka“ nastavnik učenike dijeli u 4 grupe, gdje svaka grupa dobija posebnu temu za istraživanje. – Učenici dobijaju po 3 pitanja po temi, a nastavnik određuje vođu grupe, koji će izvršiti podjelu odgovornosti na ostale učenike u skladu sa sposobnostima. – U okviru domaćeg zadatka učenici obavljaju istraživanje i anketiranje u svojoj okolini ili školi, štampaju anketne listiće i istražuju putem interneta ili stručne literarure. – U toku prvog časa vršiće obradu prikupljenih podataka po grupama i crtati dijagrame na hameru ili različite dijagrame u Power pointu (u zavisnosti od opremljenosti škole). – Predstavljajući rezultate ankete na drugom času učenici prezentuju rezultate ankete ostalim grupama, odgovaraju na pitanja čitajući podatke sa dijagrama, međusobno komentarišu, daju sugestije... – Za domaći na drugom času će imati da samostalno formiraju pitanja, sprovedu anketu, prikupe podatke i obrade ih.
9. Materijali za podučavanje i učenje:	– anketni listići; – dobijene informacije putem anketiranja i upotrebom literature ili interneta.
10. Potrebna materijalna sredstva:	Računar, štampač, hamer papir, pribor za crtanje i bojanje.

PRVA KARTICA SA ZADACIMA

Anketa koja se sprovodi unutar odjeljenja:

1. Ja sam: a) odličan; b) vrlo dobar; c) dobar; d) dovoljan; e) nedovoljan đak. (zaokružiti).
2. Moj omiljeni sport je: a) fudbal; b) košarka; c) odbojka; d) rukomet e) tenis; f) ništa od navedenog (zaokružiti).
3. Moja srednja ocjena na kraju prvog klasifikacionog perioda bila je______, na kraju drugog _____, na kraju trećeg_____ . (dopisati)

Zadaci za sljedeći čas:

1. A) Dobijene podatke prikazati kružnim dijagramom; B) Sa dobijenog dijagrama zaključiti sa kojim uspjehom ima najviše učenika, a sa kojim najmanje; C) Koliki procenat čine odlični učenici?
2. A) Dobijene podatke prikazati dijagramom sa stupcima, pa odgovoriti na sljedeća pitanja:
   B) Koliko je učenika anketirano?
   C) Koji sport je najomiljeniji među učenicima?
   D) Koji sport je najmanje omiljen među učenicima?
   E) Koliko učenika voli fudbal, a koliko košarku?
3. A) Naći srednju ocjenu odjeljenja za svaki klasifikacioni period posebno, pa dobijene podatke predstaviti linijskim dijagramom;

B) Koja je bila srednja ocjena odjeljenja u drugom klasifikacionom periodu?
C) Na kraju kog klasifikacionog perioda je bila najbolja srednja ocjena a na kraju kog najgora?
D) Koja je razlika između najbolje i najgore srednje ocjene?

DRUGA KARTICA SA ZADACIMA

Anketa koja se sprovodi unutar škole:

1. Literatura koju najviše volim da čitam je: a) priče; b) romani; c) poezija; d) putopisi; e) drugo (zaokružiti).
2. Omiljeno voće mi je a) pomorandža; b) jabuka; c) kruška; d) banane; e) ništa od navedenog (zaokružiti).
3. Moja visina u *cm* je________ , ime anketiranog ______________________.

Zadaci za sljedeći čas:

1. A) Dobijene podatke prikazati dijagramom sa stupcima.
   B) Koju vrstu literature učenici najviše vole, a koju najmanje?
   C) Koliko učenika voli poeziju, manje od drugih književnih vrsta?
2. A) Dobijene podatke prikazati kružnim dijagramom.
   B) Koje voće voli najveći broj učenika ovog odjeljenja?
   C) Da li više od 50% učenika voli južno voće (banane i pomorandže)?
   D) Koje voće voli manje od 10% učenika?
3. A) Dobijene podatke predstaviti linijskim dijagramom.
   B) Koji učenik je najviši a koji najniži?
   C) Koliko ima učenika koji su viši od 160 *cm*?
   D) Koja je razlika između najnižeg i najvišeg učenika u odjeljenju?

TREĆA KARTICA SA ZADACIMA

Istraživanje uz pomoć literature ili interneta i praćenje vremena.

1. Sakupiti podatke o dužini sljedećih plaža u Crnoj Gori: Jaz, Kamenovo, Trsteno, Mogren, Bečići, Slovenska plaža, Kraljičina plaža, Velika plaža.
2. Sakupiti podatke o nadmorskim visinama sljedećih planina u Crnoj Gori: Bjelasica, Durmitor, Prokletije, Lovćen, Sinjajevina, Orjen, Hajla.
3. Pratiti i zapisivati temperaturu u svom gradu na svakih sat vremena sledećih 24 *h*.

Zadaci za sljedeći čas:

1. A) Dobijene podatke prikazati kružnim dijagramom, tako da ih podijeliš u sledeće grupe: dužine plaža do 500 *m*, od 501 *m* do 1000 *m*, od 1001 *m* do 1500 *m*, od 1501 *m* do 2000 *m*, od 2001 *m* do 2500 *m*, preko 2500 *m*.
   B) Kojih plaža prema dužini ima najviše, a kojih najmanje?
   C) Koliki je procenat plaža manjih od 500 *m*?

2. A) Dobijene podatke prikazati dijagramom sa stupcima.
   B) Koja planina ima najveću nadmorsku visinu, a koja najmanju?
   C) Koje planine imaju nadmorsku visinu iznad 2500 *m*?
   D) Koje planine imaju nadmorsku visinu između 2000 *m* i 2500 *m*?
   E) Koja je razlika u metrima između najviše i najniže planine?
3. A) Dobijene podatke predstaviti linijskim dijagramom.
   B) Kolika je bila temperatura u 2 *h*, 4 *h*, 14 *h*?
   C) U koliko sati je temperatura bila najniža, a u koliko najviša?
   D) U kojim intervalima je temperatura rasla a u kojim opadala?
   E) Da li se temperatura spuštala u minus?

ČETVRTA KARTICA SA ZADACIMA

Istraživanje uz pomoć literature ili interneta:

1. Sakupiti podatke o dužini toka rijeka kroz Crnu Goru za sledeće rijeke: Lim, Morača, Tara, Bojana, Piva, Zete i Ćehotina.
2. Pretražiti vremenske prilike za prethodni mjesec za svoj grad. Koliko je dana, u toku jednog mjeseca, bilo: a) kišnih; b) sunčanih; c) oblačnih; d) sniježnih?
3. Sakupiti podatke o broju stanovnika u vašem gradu za 1980, 1990, 2000, 2010, 2020 godinu.

Zadaci za sljedeći čas:

1. A) Dobijene podatke prikazati dijagramom sa stupcima.
   B) Kolika je dužina toka kroz Crnu Goru rijeke Lim, a kolika je dužina Bojane?
   C) Koja je rijeka najduža, a koja najkraća?
   D) Da li je neka rijeka duža od 100 *km*? Ako jeste – koja je to rijeka?
2. A) Dobijene podatke prikazati dijagramom sa stupcima.
   B) Kojih dana prema vremenskim karakteristikama je bilo najviše, a kojih najmanje?
   C) Koji procenat mjeseca su bili kišni, a koji sunčani dani?
3. A) Dobijene podatke predstaviti linijskim dijagramom.
   B) Koje godine je u vašem gradu imalo najviše, a koje najmanje stanovnika?
   C) Koliko je bilo stanovnika 2000. godine?
   D) Da li je 2010. godine bilo više stanovnika nego 1980. godine?

Napomena:

Originalna verzija ove pripreme sa 3 časa se nalazi u elektronskoj verziji Dijagonale 12, koju možete naći na našem sajtu: www.unmcg.wordpress.com

Dijana Božović i Milena Lješnjak,
JU OŠ „Marko Miljanov“, Bijelo Polje

MATEMATIKA INDIJE

„Indija nam je dala prirodan način prikazivanja bilo kojeg broja pomoću samo 10 znakova. Ovo je dubokoumna i važna ideja koja nam se danas čini tako jednostavnom da često zaboravljamo njenu pravu vrijednost. Veličinu ovog otkrića moramo cijeniti tim više kad se uzme u obzir da je ono promaklo takvim umovima kao što su Arhimed i Apolonije", rekao je francuski matematičar i astronom *Pierre-Simon Laplace*.

U Indiji je nekada davno matematika bila tijesno povezana s religijom, jer je prvenstveno služila za tačno određivanje početaka ceremonija kroz astronomske proračune. Staroindijski matematičari bili su prvenstveno astronomi i sveštenici koji su svoja znanja navodili u stihovima - sutrama. Osnovna interesovanja matematičara u Indiji su se odnosila na aritmetiku u kojoj su osmislili besprekoran brojni sistem, ali utemeljili su i razvili algebru koju će od njih preuzeti Arapi i prenijeti dalje. Inače indijska matematika se može podijeliti na 5 cjelina od kojih je najznačajniji klasični period poznat pod nazivom Zlatno doba (400 – 1200.), a matematika modernog doba je period nakon 1800. godine.

Vede su najstariji indijski sveti tekstovi u kojima su sačuvana znanja iz različitih oblasti između ostalog i iz matematike. Metode računanja kojima se služila vedska matematika bile su jednostavne, praktične i idealne za računanje napamet. U vedskim sutrama matematika se razvija zbog potreba rješavanja praktičnih geometrijskih problema. Iz tih vremena poznat je niz Pitagorinih trojki brojeva, tj. prirodnih brojeva koji zadovoljavaju Pitagorinu teoremu, što je dovelo do uvođenja iracionalnih brojeva.

Matematičari pretklasičnog perioda su indijsku matematiku odvojili od njene religijske i obredne primjene i u matematiku uveli pojam beskonačnosti. Smatra se da su prvi upotrijebili riječ shunya (praznina) kao izraz za nulu.

Svoj vrhunac indijska matematika bilježi u klasičnom periodu. U ovom periodu pojavila se čitava plejada genijalnih matematičara koji su proširili znanja iz geometrije i trigonometrije, postavili temelje današnjeg brojevnog sistema i utemeljili algebru. Najpoznatiji su: Arijabata, Varahamihira, Bramagupta, Baskara I, Mahavira, Baskara II, danas nažalost zapostavljeni. U Indiji su se u ranom periodu naročito proučavali negativni brojevi, aritmetika, algebra i trigonometrija. Tada je razvijen decimalni sistem kakav sada poznajemo, koncept nule kao broja i definicije sinusa i kosinusa. Do XVIII vijeka postignut je i ogroman napredak u aritmetici (teorija brojeva, beskonačnost, iracionalni brojevi), geometriji (kvadratni i kubni korijen, Pitagorina teorema bez dokaza), algebri (jednačine drugog, trećeg i četvrtog stepena), logici, opštoj matematici (logaritmi, rane verzije morzeove azbuke, Fibonačijevi brojevi) i trigonometriji (trigonometrijske funkcije arccos, arcsin, arctg, …).

Matematičari Indije su 2 vijeka prije Evrope definisali stepeni red, dali osnove diferencijalnog i integralnog računa, ali bez sistematizacije teorije. Matematički problemi ili pravila navođeni su u stihu da bi se olakšalo pamćenje učenicima. Zatim je slijedio dio u kome su se nalazili prozni komentari jednog ili više profesora, koji su objašnjavali problem ili opravdavali rješenje. Tekstovi su prenošeni uglavnom usmeno, a najviše su se cijenile ideje. Skoro svi matematičari drevne Indije su bili panditi (učeni ljudi), koji su radili na sanskritu i posjedovali veliko znanje. Pamćenje onoga sto su čuli kroz recitacije je bilo značajno jer su se na taj način prenosila znanja drugima. Razvijeni su razni stilovi pamćenja i do 11 načina recitovanja i učenja (po normalnom ili obrnutom redu, način gdje se spajaju prve dvije i zadnje dvije riječi,…).

Najstariji originalni matematički dokument, doduše u djelovima, čija starost nije precizno utvđena, pronađen je 1881. godine. Rukopis se nalazi na brezinoj kori i sadrži razne načine rješavanja problema kao što je nalaženje kvadratnog korjena ili dijeljenje negativnim brojevima. Primjer nalaženja kvadratnog korijena iz tog rukopisa:

$$\sqrt{N}=\sqrt{n^2+r}=n+\frac{r}{2n}-\frac{\left(\frac{r}{2n}\right)^2}{2(n+\frac{r}{2n})}$$

Za N = 41 je n = 6 i r = 5, pa je $\sqrt{41}=6{,}403138528$. Današnja vrijednost je 6,403124237. Indijski matematičari su inače razvili metodu vađenja drugog korijena preko rekurzivnih formula.

Oko 650. godine, Indijci počinju da razvijaju koncept nule kao broja. Tako se u spisima indijskih matematičara Bramagupte, Mahavira i Baskare mogu pronaći opisi nule i negativnih brojeva sa ostalim brojevima preko računskih operacija.

O poznatim matematičarima Indije, više u narednom broju „Dijagonale”.

Pripremila,

Danijela Jovanović, JU OŠ „Milorad Musa Burzan”, Podgorica

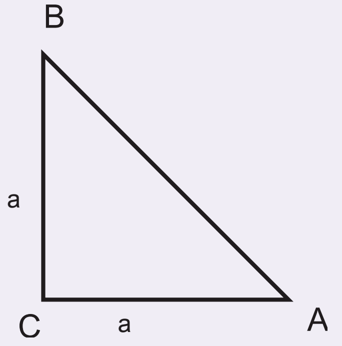
Prof dr Radoje Šćepanović

MATEMATIKA JE SVUDA OKO NAS

Neko je davno rekao matematika je svuda oko nas. I zaista je tako, gotovo da nema realne situacije u čijem rješavanju nije prisutna matematika. I ne samo matematika, tu je i fizika, hemija, biologija.... U ovom članku navešćemo više primjera realnih situacija koje se rješavaju primjenom matematike. Često su to približna rješenja, jer koristimo razna mjerenja, a ona su, gotovo uvijek, približna. Neke zadatke ćemo u potpunosti riješiti, a za neke dati samo uputstvo za rješavanje.

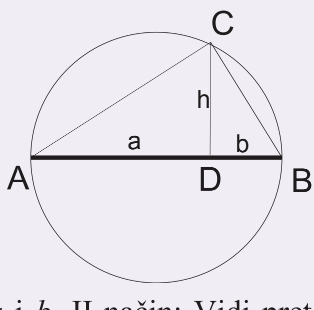
1. Kako, imajući lenjir sa podiocima i šestar, izračunati (približno) kvadratni korijen iz datog broja?

R. Neka je zadat pozitivan broj a. Treba izračunati (približno) $\sqrt{a}$. Dovoljno je nacrtati pravougli trougao sa katetama čije su dužine jednake broju a (vidi sliku: AC = BC = a, AB $= 2\sqrt{a}$), zatim izmjeriti dužinu hipotenuze tog trougla ($2\sqrt{a}$), odnosno njenu polovinu. Ona će biti (približna) vrijednost kvadratnog korijena iz broja a.



2. Kako, imajući lenjir sa podiocima i šestar, izračunati (približno) kvadratni korijen iz proizvoda dva broja?

R. Neka su dati pozitivni brojevi a i b. I način: Nacrtati duž jednaku zbiru dužina čije su dužine a i b. Zatim konstriusati kružnicu čiji je prečnik jednak dobijenom zbiru duži (vidi sliku, AD = a, BD = b, CD = h). Dužina visine h = CD nad hipotenuzom trougla BCA ima vrijednost jednaku kvadratnom korijenu iz proizvoda brojeva a i b. II način: Vidi prethodni zadatak (umjesto broja a uzeti broj ab).

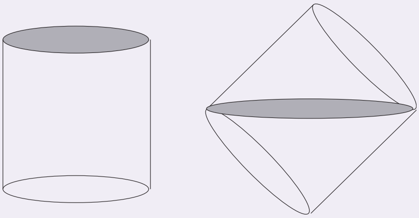


3. Na placu oblika pravouglog trougla, čija je hipotenuza 24 *m*, Andrej je izmjerio dužinu visine nad hipotenuzom i dobio da je ona 12,5 *m*. Da li je Andrej pravilno izmjerio dužinu visine?

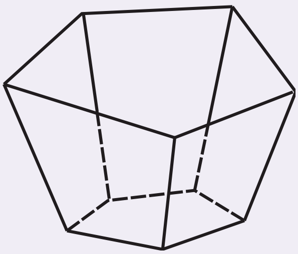
R. Ne, jer visina nad hipotenuzom pravouglog trougla ne može biti veća od polovine dužine hipotenuze.

4. Čaša u obliku valjka (cilindra) napunjena je do vrha vodom. Kako odliti tačno polovinu vode iz čaše ne koristeći bilo kakvu drugu posudu ili pribor za mjerenje?

R.



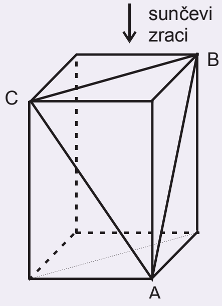
5. Ako piramidu presiječemo sa ravni paralelnoj ravni osnove i udaljimo dio kojem pripada vrh piramide, ono što je ostalo naziva se zarubljena piramida.
Luka je napravio bazen za skladištenje vode (vidi sliku). Da li se bazen može smatrati zarubljenom piramidom?



R. Ne. Uputstvo: Kod zarubljene piramide produžeci bočnih ivica se sijeku u jednoj tački (vrh piramide), što nije slučaj sa bazenom datim na slici.

6. Sunce je u zenitu. Kako postaviti kutiju od šibica da bi površina njene sjenke na horizontalnu ravan bila najveća?

R. Uputstvo: Uočiti da je površina sjenke šibice dva puta veća od površine projekcije ΔABC (vidi sliku). Dakle, što je površina sjenke ΔABC veća to je i površina sjenke šibice veća. Najveća će biti kada je ravan (ABC) horizontalna.



7. Bljesak munje vidi se prije nego što se čuje udar groma.

a) Ako smo udaljeni od mjesta gdje je udario grom 1700 *m*, za koliko sekundi ćemo čuti udar groma?

b) Ako smo čuli udar groma poslije 4 sekunde, koliko je udaljeno mjesto gdje je udario grom?

c) Izraziti linearnom funkcijom udaljenost d od mjesta gdje stojite i mjesta gdje je udario grom.
Napomena: Brzina zvuka u vazduhu je 340 m/s.

R. a) 5s, b) 1360 m, c) d =340 t.
Uputstvo: a) 1700 : 340 = 5, b) 340 · 4 = 1360.

8. Ajfelov toranj u Parizu je izgrađen od metala, visok je 300 m i ima masu približno 8 000 000 kg. Kolika će biti visina modela Ajfelovog tornja čija je masa 1 kg (model i toranj su izrađeni od istog materijala)?

R. 1,5 m. Uputstvo: Toranj i njegov model su slične (prostorne) figure, a razmjera zapremine takvih figura jednaka je kubu (k) koeficijenta sličnosti: $k^3 = 8\ 000\ 000 : 1 = 200^3$, $k = 200$. Označimo sa h visinu modela. Tada je 300 : h = k = 200, tj. h = 1,5 (skoro kao visina čovjeka).

9. Cigla za zidanje ima masu 4 kg. Kolika je masa cigla-igračke, izgrađene od istog materijala, čije su dimenzije 4 puta manje?

R. 64,5 g. Uputstvo: Iskoristiti sličnost figura (u prostoru).

10. Na ulici, po hladnom vremenu stoje dječak i odrastao čovjek obučeni jednako. Kome je od njih dvojice hladnije?

R. Na prvi pogled ovaj zadatak i nije matematički. Nema ni jednog konkretnog podatka. Ali kao što rekosmo, samo na prvi pogled. I ovdje je u pitanju sličnost figura. Da bi stvar bila jasnija razmotrimo dvije posude (na primjer dva čajnika), veću i manju, izgrađenu od istog materijala koje imaju iste forme (oblik). Napunimo ih ključalom vodom. Koja će se od njih brže hladiti? Brzina hlađenja predmeta zavisi od njihove površine: brže će se hladiti onaj predmet kod kojeg na svaku jedinicu zapremine dolazi veća površina. Ako je k koeficijenat sličnosti predmeta, tada je razmjera njihovih površina jednaka k^2, a zapremina k^3. Ovo znači, na jedinicu površine u većoj posudi dolazi k puta veća zapremina. Slijedi, manja posuda će se brže hladiti. Vratimo se našem zadatku. Saglasno navedenom, dječaku, koji stoji po hladnom vremenu, biće hladnije nego odraslom čovjeku (jer je količina toplote u svakom cm^3 tijela kod dječaka i čovjeka približno ista, ali njima odgovaraju različite površine, kod dječaka je veća nego u odraslog čovjeka).

NAGRADNI ZADATAK SA NASLOVNE STRANE:
Pozivamo učenike da nam šalju rješenja nagradnog zadatka sa naslovne strane.

SPISAK PRVIH 5 UČENIKA KOJI SU TAČNO RIJEŠILI NAGRADNI ZADATAK SA NASLOVNE STRANE IZ PROŠLOG BROJA DIJAGONALE:

1. **Vojislav Šibalić**, učenik VIII-4, JU OŠ „Radojica Perović" – Pogorica
2. **Pavle Mrdak**, učenik VI-c, JU OŠ „Štampar Makarije" – Podgorica
3. **Stefan Mijović**, učenik JU OŠ „Đoko Prelević", Ubli – Podgorica
4. **Ognjen Zečević**, učenica VI-3, JU OŠ „Radojica Perović" – Pogorica
5. **Anđela Grujić**, učenica VIII-4, JU OŠ „Dušan Korać" - Bijelo Polje

Sve njih Redakcija nagrađuje besplatnim primjerkom Dijagonale 12.

Uredništvo poziva nastavnike, učenike i sve čitaoce da nam šalju priloge za list: članke, odabrane zadatke, zanimljivosti, priloge za zabavnu matematiku itd.

Dio tiraža ovog broja „Dijagonale" će biti besplatno podijeljen svim bibliotekama osnovnih škola u Crnoj Gori.
Ovaj broj se može kupiti u „**Gradskoj knjižari**" i „**Narodnoj knjizi**".

Sve informacije o pretplati i porudžbini ovog i narednih brojeva možete naći na sajtu Udruženja. Narudžbe slati putem mejla.

Broj žiro računa UNMCG je **510-206991-61** kod CKB banke.

Adresa redakcije je: Ul. Gojka Berkuljana br. 20, Podgorica.
Mejl: udruznastmatem@gmail.com
www.unmcg.wordpress.com

CIP - Каталогизација у публикацији
Национална библиотека Црне Горе, Цетиње

ISSN 2536-5851 = Dijagonala
COBISS.CG-ID 36769808

ISSN 2536–5851
9 772536 585009 >