Université De Mascara
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Tronc Commun
$1^{ère}$ Année L. M. D - ST

Physique I
2020-2021

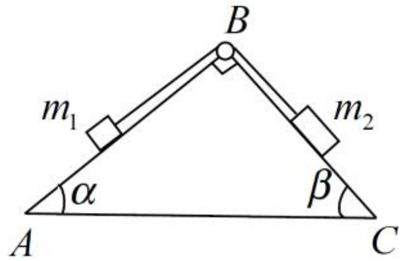
TD II

Exercice 1 :
Soit le dispositif de la figure ci-contre. Le triangle est ABC est un ***triangle droit*** en B ; la masse de la poulie est négligeable et le fil est inextensible et de masse négligeable.
Le coefficient de frottement du plan AB est égal à « , et le coefficient de frottement du plan BC est égal 2« .

L'angle $B\hat{A}C$ est notée ~ . On donne : $m_2 = 4m_1$

1. En écrivant le Principe Fondamental de la Dynamique, exprimez l'accélération du système en fonction de g , « et ~ .

2. Application numérique : $g = 10\,m/s^2$, « $= 0{,}1$ et ~ $= 60^\circ$



Exercice 2:
Soit une force définie par
$\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (2x + y^2)\,\vec{j}$

1- Calculer le travail de $\vec{F}$ de $O(0,0)$ à $A(1,1)$ pour les trois chemins différents :
   a- En suivant la courbe $y = x^2$ de O à A .
   b- En suivant les segments de droite OC puis CA avec $C(0,1)$.
2- Si cette force dérive d'un potentiel, exprimer dans ce cas l'énergie potentiel cette force dérive.

Exercice 3 :
Une particule est soumise à une force définie par ses coordonnées cartésiennes
$\vec{F} = (x + 2y)\vec{i} + (\sim x + 3y)\vec{j}$

Où ~ est constante, x et y sont en mètre et $\vec{F}$ en newton.

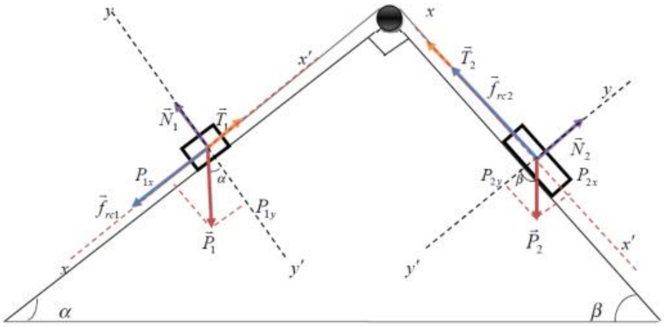
1) Trouver la valeur de ~ pour que $\vec{F}$ dérive d'un potentiel.
2) Trouver l'expression du potentiel $E_p(x, y)$, dont dérive la force sachant que $E_p(0,0) = 0$

Université De Mascara
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Tronc Commun | Physique I
1ère Année L. M. D - ST | 2020-2021

Corrigé de TD II

Exercice 1 :

1. le Principe Fondamental de la Dynamique : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$



$$\begin{cases} m_1 : \vec{f}_{rc1} + \vec{N}_1 + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a} \\ m_2 : \vec{f}_{rc2} + \vec{N}_2 + \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a} \end{cases}$$

$$m_1 : \begin{cases} (xx') : -f_{rc1} + P_{1x} + T_1 = m_1 a \\ (yy') : N_1 - P_{1y} = 0 \end{cases}$$

$$m_2 : \begin{cases} (xx') : -f_{rc2} + P_{2x} - T_2 = m_2 a \\ (yy') : N_2 - P_{2y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_{rc1} = « N_1 = « P_{1y} \\ f_{rc2} = 2« N_2 = « P_{2y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{1x} = P_1 \sin\sim \\ P_{1y} = P_1 \cos\sim \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{2x} = P_2 \sin \\ P_{2y} = P_2 \cos \end{cases}$$

$$= \frac{®}{2} - \sim \Rightarrow \begin{cases} \sin \quad = \cos\sim \\ \cos \quad = \sin\sim \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{2x} = P_2 \sin\sim \\ P_{2y} = P_2 \cos\sim \end{cases}$$

$$T_1 = T_2 \Rightarrow f_{rc1} + P_{1x} + m_1 a = -f_{rc2} + P_{2x} - m_2 a$$

$$\Rightarrow -f_{rc1} - P_{1x} - f_{rc2} + P_{2x} = (m_2 + m_1)a$$

$$\Rightarrow -\mu P_1 \cos\alpha - P_1 \sin\alpha - 2\mu P_2 \sin\alpha + P_2 \cos\alpha = (m_2 + m_1)a$$

$$\Rightarrow (-\mu P_1 + P_2)\cos\alpha + (-P_1 - 2\mu P_2)\sin\alpha = (m_2 + m_1)a$$

$$\Rightarrow [(-\mu m_1 + m_2)\cos\alpha + (-m_1 - 2\mu m_2)\sin\alpha]g = (m_2 + m_1)a$$

$$\Rightarrow [(-\mu + 4)\cos\alpha - (1 + 8\mu)\sin\alpha]g = 5a$$

$$\Rightarrow a = \frac{g}{5}[(-\mu + 4)\cos\alpha - (1 + 8\mu)\sin\alpha]$$

2. Application numérique :

$$\Rightarrow a = \frac{10}{5}[(-0{,}1 + 4)0{,}5 - (1 + 0{,}8)0{,}86]$$

$$\Rightarrow a = 0{,}80\, m/s^2$$

Exercice 2 :

$$\vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (2x + y^2)\vec{j}$$

3- Le travail de $\vec{F}$: $dw = \vec{F}\, d\vec{r}$ et $\begin{cases} \vec{F} = (x^2 + 2y)\vec{i} + (2x + y^2)\vec{j} \\ d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k} \end{cases}$

c- $y = x^2 \Rightarrow dy = 2x\,dx$

$$w = \int \vec{F}\, d\vec{r} = \int (x^2 + 2y)\,dx + (2x + y^2)\,dy$$

$$w = \int (x^2 + 2x^2)\,dx + (2x + x^4)2x\,dx$$

$$w = \int_0^1 (7x^2 + 2x^5)\,dx \Rightarrow w = \left[\left(\frac{7}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^6\right)\right]_1^0 \Rightarrow w = \frac{8}{3}J = w_1$$

d- $O(0,0) \rightarrow C(0,1) \rightarrow A(1,1)$

$$x = 0 = cst \Rightarrow dx = 0 : w_{OC} = \int_0^1 y^2\,dy \Rightarrow w_{OC} = \left[\frac{y^3}{3}\right]_0^1 \Rightarrow w_{OC} = \frac{1}{3}J$$

$$y = 1 = cst \Rightarrow dy = 0 \;:\; w_{CA} = \int_0^1 (x^2 + 2)\,dx \Rightarrow w_{CA} = \left[\frac{x^3}{3} + 2x\right]_0^1 \Rightarrow w_{CA} = \frac{7}{3}\,J$$

$$w_{OA} = w_{OC} + w_{CA} = \frac{8}{3}\,J = w_2$$

2) $w_1 = w_2 = cst \Rightarrow$ Oui cette force dérive d'un potentiel

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p = -\frac{\partial E_p}{\partial x} - \frac{\partial E_p}{\partial y} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial E_p}{\partial x} == (x^2 + 2y)\ldots 1 \\ F_y = -\dfrac{\partial E_p}{\partial y} = (2x + y^2)\ldots 2 \end{cases}$$

$$1 \Rightarrow -dE_p = F_x dx \Rightarrow E_p = -\int F_x dx = -\int (x^2 + 2y)dx$$

$$E_p = -\frac{1}{3}x^3 - 2yx + C_1 \quad \text{et} \quad C_1 = f(y)$$

$$2 \Rightarrow F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} = 2x + \frac{\partial f(y)}{\partial y} = 2x + y^2 \Rightarrow \frac{\partial f(y)}{\partial y} = y^2 \Rightarrow f(y) = \frac{1}{3}y^3 + C_2$$

$$E_p = -\frac{1}{3}x^3 - 2yx + \frac{1}{3}y^3 + C_2$$

Exercice 3 :

$$\vec{F} = (x + 2y)\vec{i} + (\sim x + 3y)\vec{j}$$

1) $\sim = ?$

$$\vec{F} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j} \quad \text{et} \quad \begin{cases} F_x = x + 2y \\ F_y = \sim x + 3y \end{cases}$$

$\vec{F}$ dérive d'un potentiel $\Rightarrow \overrightarrow{rot}\vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0}$

$$\overrightarrow{rot}\vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial(x + 2y)}{\partial y} = \frac{\partial(\sim x + 3y)}{\partial x} \Rightarrow \sim = 2$$

1) $E_p(x, y) = ?$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p = -\frac{\partial E_p}{\partial x} - \frac{\partial E_p}{\partial y} = F_x\,\vec{i} + F_y\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial E_p}{\partial x} = x + 2y \ldots 1 \\ F_y = -\dfrac{\partial E_p}{\partial y} = 2x + 3y \ldots 2 \end{cases}$$

$$1 \Rightarrow -dE_p = F_x dx \Rightarrow E_p = -\int F_x dx = -\int (x + 2y) dx$$

$$E_p = -\frac{1}{2}x^2 - 2yx + C_1 \text{ et } C_1 = f(y)$$

$$2 \Rightarrow F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} = 2x + \frac{\partial f(y)}{\partial y} = 2x + 3y \Rightarrow \frac{\partial f(y)}{\partial y} = 3y \Rightarrow f(y) = \frac{3}{2}y^2 + C_2$$

$$E_p = -\frac{1}{2}x^2 - 2yx + \frac{3}{2}y^2 + C_2$$

$$E_p(0,0) = 0 \Rightarrow E_p = -\frac{1}{2}x^2 - 2yx + \frac{3}{2}y^2 + C_2 \Rightarrow E_p = -\frac{1}{2}x^2 - 2yx + \frac{3}{2}y^2$$