

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là

- A. $(-6; 7)$. B. $(6; 7)$. C. $(7; 6)$. D. $(7; -6)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là

- A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. B. $y' = x^{\pi-1}$. C. $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. D. $y' = \pi x^\pi$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} < 4$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

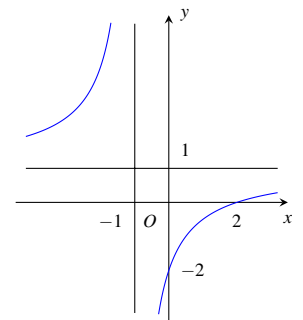
- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

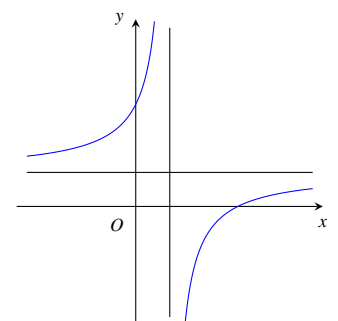


Câu 8: Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.
C. $y = x^2 - 4x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 5$.



Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$. B. $(2; 4; 6)$. C. $(-2; -4; -6)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

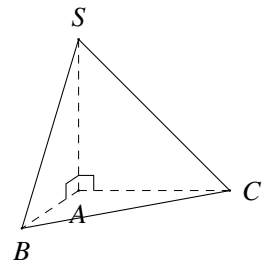
- A. -77 . B. 4 . C. 36 . D. 85 .

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 6 . B. 8 . C. $\frac{8}{3}$. D. 4 .

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12 . B. 2 .
C. 6 . D. 4 .



Câu 15: Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $d > R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. -2 . C. 2 . D. 3 .

Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi rl$. B. $\frac{2}{3}\pi rl^2$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

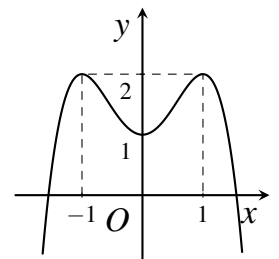
Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(1; 2; 3)$. B. $Q(1; 2; -3)$. C. $N(2; 1; 2)$. D. $M(2; -1; -2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(0; 1)$.
C. $(1; 2)$. D. $(1; 0)$.



Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = -\frac{2}{3}$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $y = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) > 0$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(12; +\infty)$.

Câu 22: Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

- A. 226. B. 30. C. 210. D. 105.

Câu 23: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. B. $F'(x) = \ln x$. C. $F'(x) = \frac{1}{x}$. D. $F'(x) = -\frac{2}{x^2}$.

Câu 24: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left(\frac{1}{2}f(x) - 2\right) dx$ bằng

- A. 0. B. 6. C. 8. D. -2.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x + x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2 ↘	↘ 0 ↗	$+\infty$	

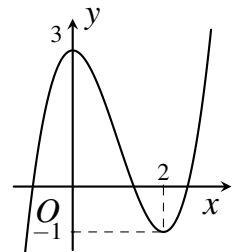
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; 3)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. -1. B. 3.
 C. 2. D. 0.



Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng

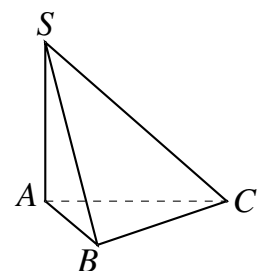
- A. $\ln a$. B. $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

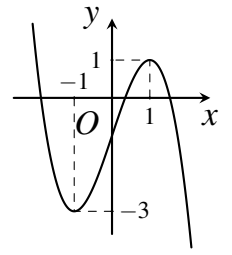
- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{16\pi}{9}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° .
 C. 90° . D. 45° .



Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



- A. 2.
- B. 5.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 2)^2(1 - x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(-\infty; 1)$.

Câu 33: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A. $\frac{9}{35}$.
- B. $\frac{18}{35}$.
- C. $\frac{4}{35}$.
- D. $\frac{1}{7}$.

Câu 34: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2 \ln x - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{e^3}$.
- B. -2 .
- C. -3 .
- D. $\frac{1}{e^2}$.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(0; 2)$.
- B. $(-2; 0)$.
- C. $(0; -2)$.
- D. $(2; 0)$.

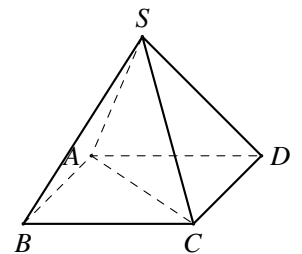
Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
- B. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$.
- B. $(1; 2; -3)$.
- C. $(-1; -2; -3)$.
- D. $(-1; 2; 3)$.

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- B. $a\sqrt{2}$.
- C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \frac{x^2 - 16}{27}$?

- A. 193.
- B. 92.
- C. 186.
- D. 184.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(4) + G(4) = 4$ và $F(0) + G(0) = 1$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{4}$. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A. 17. B. 15. C. 3. D. 7.

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. 28. B. $18 + 4\sqrt{6}$. C. 14. D. $11 + 4\sqrt{6}$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và đường thẳng $d : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5; -1; 3)$ đến (P) bằng

- A. 5. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)?$$

- A. 89. B. 48. C. 90. D. 49.

Câu 48: Cho khối nón có đỉnh S , chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $8\sqrt{2}$. B. $\frac{24}{5}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\frac{5}{24}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 0; 10)$ và $B(3; 4; 6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(4; 5)$. B. $(3; 4)$. C. $(2; 3)$. D. $(6; 7)$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; +\infty)$ để hàm số $y = |x^3 + (a+2)x + 9 - a^2|$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 12. B. 11. C. 6. D. 5.

— HẾT —

KHOÁ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1.D	2.B	3.A	4.D	5.B	6.C	7.B	8.A	9.B	10.D
11.D	12.A	13.B	14.B	15.C	16.A	17.A	18.B	19.B	20.D
21.C	22.C	23.C	24.A	25.D	26.D	27.B	28.B	29.D	30.D
31.C	32.D	33.A	34.D	35.C	36.C	37.A	38.C	39.D	40.B
41.B	42.C	43.B	44.C	45.C	46.C	47.B	48.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là

- A. $(-6; 7)$. B. $(6; 7)$. C. $(7; 6)$. D. $(7; -6)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là $(7; -6)$.

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

🔑 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là

- A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. B. $y' = x^{\pi-1}$. C. $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. D. $y' = \pi x^\pi$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là $y' = \pi x^{\pi-1}$.

🔑 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} < 4$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

$2^{x+1} < 4 \iff 2^{x+1} < 2^2 \iff x+1 < 2 \iff x < 1$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 1)$.

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

$$u_3 = u_1 \cdot q^{3-1} = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$.

Lời giải.

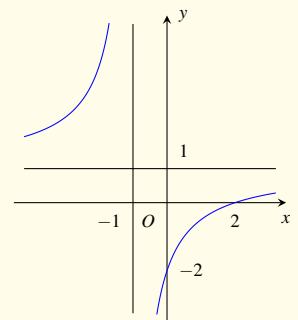
$(P) : x + y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.



Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(2; 0)$.

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8: Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

Lời giải.

$$\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-1}^4 f(x)dx + \int_{-1}^4 g(x)dx = 2 + 3 = 5.$$

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

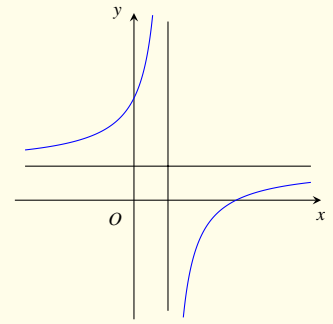
Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên

A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = x^2 - 4x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 5$.



Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ có dạng như đường cong trong hình.

🔑 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; -3)$.

B. $(2; 4; 6)$.

C. $(-2; -4; -6)$.

D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải.

Tâm của $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$ có tọa độ là $(1; 2; 3)$.

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải.

góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng $\widehat{xOz} = 90^\circ$.

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -77 .

B. 4 .

C. 36 .

D. 85 .

Lời giải.

Phần thực của số phức z^2 bằng $2^2 - 9^2 = -77$.

🔑 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 6 .

B. 8 .

C. $\frac{8}{3}$.

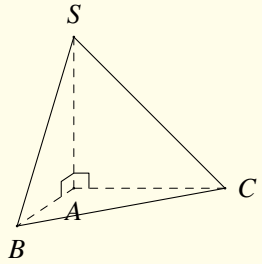
D. 4 .

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 bằng $2^3 = 8$.

🔑 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng



- A. 12.
- B. 2.
- C. 6.
- D. 4.

Lời giải.

Thể tích khối chóp bằng $\frac{1}{3}SA \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{3} \times 3 \times \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$.

🔍 Chọn đáp án (B)

Câu 15: Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $d > R$.
- B. $d > R$.
- C. $d = R$.
- D. $d = 0$.

Lời giải.

Khẳng định **đúng** là $d = R$.

🔍 Chọn đáp án (C)

Câu 16: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 .
- B. -2 .
- C. 2 .
- D. 3 .

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

🔍 Chọn đáp án (A)

Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi rl$.
- B. $\frac{2}{3}\pi rl^2$.
- C. πrl .
- D. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $2\pi \times r \times l$.

🔍 Chọn đáp án (A)

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

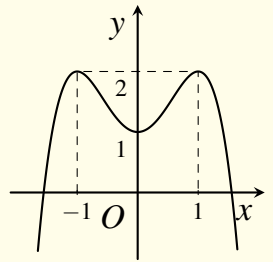
- A. $P(1;2;3)$.
- B. $Q(1;2;-3)$.
- C. $N(2;1;2)$.
- D. $M(2;-1;-2)$.

Lời giải.

Điểm $Q(1;2;-3)$ thuộc $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

🔎 Chọn đáp án **(B)**

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1;2)$. B. $(0;1)$.
 C. $(1;2)$. D. $(1;0)$.

Lời giải.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0;1)$.

🔎 Chọn đáp án **(B)**

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình
 A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = -\frac{2}{3}$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $y = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = \frac{2}{3}$.

🔎 Chọn đáp án **(D)**

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) > 0$ là
 A. $(2;3)$. B. $(-\infty;3)$. C. $(3;+\infty)$. D. $(12;+\infty)$.

Lời giải.

$$\log(x-2) > 0 \iff x-2 > 0 \wedge x-2 > 1 \iff x > 3$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(3;+\infty)$.

🔎 Chọn đáp án **(C)**

Câu 22: Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng
 A. 226. B. 30. C. 210. D. 105.

Lời giải.

Số tập con gồm hai phần tử của A bằng $15 \times 14 = 210$.

🔎 Chọn đáp án **(C)**

Câu 23: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. B. $F'(x) = \ln x$. C. $F'(x) = \frac{1}{x}$. D. $F'(x) = -\frac{2}{x^2}$.

Lời giải.

Khẳng định **đúng** là $F'(x) = \frac{1}{x}$.

🔑 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 24: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left(\frac{1}{2}f(x) - 2\right) dx$ bằng

- A. 0. B. 6. C. 8. D. -2.

Lời giải.

$$\int_0^2 \left(\frac{1}{2}f(x) - 2\right) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx - 2(2-0) = 4 - 4 = 0.$$

🔑 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x + x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải.

$$\int (\cos x + x) dx = \int \cos x dx + \int x dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C.$$

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ 0	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. (0; 2). B. (3; $+\infty$). C. ($-\infty$; 1). D. (1; 3).

Lời giải.

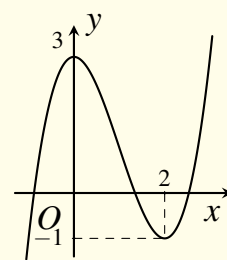
$\forall x \in (1; 3) f'(x) < 0$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng (1; 3).

🔑 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. -1 .
- B. 3 .
- C. 2 .
- D. 0 .



Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số là 3 .

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\ln a$.
- B. $\ln \frac{2}{3}$.
- C. $\ln(6a^2)$.
- D. $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\ln(3a) - \ln(2a) = \ln \frac{3a}{2a} = \ln \frac{3}{2}$$

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16}{15}$.
- B. $\frac{16\pi}{9}$.
- C. $\frac{16}{9}$.
- D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải.

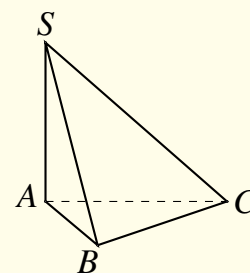
Phương trình hoành độ giao điểm là $-x^2 + 2x = 0 \iff x = 0$ hay $x = 2$.

$$\text{Thể tích là } V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \left(\frac{1}{5}x^5 - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}$$

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 60° .
- B. 30° .
- C. 90° .
- D. 45° .



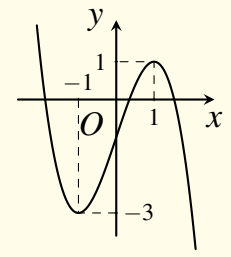
Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp BC$ nên $SB \perp BC$

suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SBA} = 45^\circ$ ($\triangle SAB$ vuông tại A có $SA = AB$).

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2.

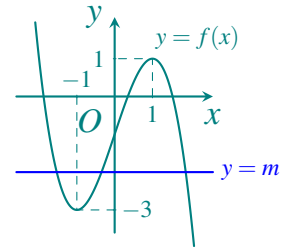
B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt tức là $-3 < m < 1$. Mà m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.



🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(1-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$(x-2)^2(1-x)$	$+$	0	$-$	0

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

A. $\frac{9}{35}$.

B. $\frac{18}{35}$.

C. $\frac{4}{35}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Số cách lấy ngẫu nhiên hai quả cầu từ hộp là $C_{15}^2 = 105$ cách.

Để tổng hai số ghi trên hai quả cầu là số chẵn ta có 2 trường hợp sau:

TH1: Hai quả cầu cùng có số lẻ: $C_3^1 \cdot C_5^1 = 15$ cách.

TH2: Hai quả cầu cùng có số chẵn: $C_3^1 \cdot C_4^1 = 12$ cách.

Xác suất cần tính là: $P = \frac{15+12}{105} = \frac{9}{35}$.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 34: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2\ln x - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{e^3}$. B. -2 . C. -3 . D. $\frac{1}{e^2}$.

Lời giải.

$$\ln^2 x + 2\ln x - 3 = 0 \iff (\ln x - 1)(\ln x + 3) = 0 \iff \begin{cases} \ln x = 1 \\ \ln x = -3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = e \\ x = e^{-3} \end{cases}.$$

Vậy tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{1}{e^2}$.

🔍 Chọn đáp án **(D)** □

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(2; 0)$.

Lời giải.

Đặt $z = x + iy$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $|z + 2i| = 1 \iff |x + i(y + 2)| = 1$ suy ra $x^2 + (y + 2)^2 = 1$.

Nên tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn tâm $(0; -2)$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN đi qua $M(1; -1; -1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = 2(2; 3; 1)$ làm vectơ chỉ phương nên có

phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Lời giải.

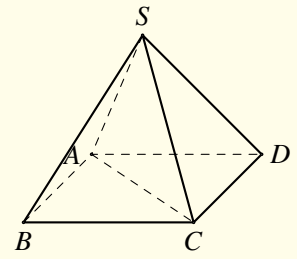
Điểm chiếu của $A(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; 0; 3)$

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; -2; 3)$.

🔍 Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{2}$.
 C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BD \cap (SCD) = D \\ BD = 2OD \end{cases} \implies d(B, (SCD)) = 2d(O, (SCD)).$

Dựng $OH \perp CD$, $OK \perp SH$, ta có $\begin{cases} OH \perp CD \\ SO \perp CD \end{cases} \implies CD \perp (SOH) \supset OK \implies CD \perp OK.$

Mặt khác $OK \perp SH$, suy ra $OK \perp (SCD)$. Nên $d(O, (SCD)) = OK$.

Hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$ nên cạnh bằng $\frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SOH có $SO = a$, $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

suy ra $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OH^2} \iff OK^2 = \frac{OH^2 \cdot OS^2}{OS^2 + OH^2} \implies OK^2 = \frac{\frac{a^2}{2}a^2}{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a^2}{3}$

Vậy $d(O, (SCD)) = 2OK = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \frac{x^2 - 16}{27}$?
 A. 193. B. 92. C. 186. D. 184.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2 - 16 > 0 \iff x \in (-\infty; -4) \cup (4; \infty)$.

Bất phương trình đã cho tương đương với: $\log_3 (x^2 - 16) - \log_3 343 < \frac{\log_3 (x^2 - 16) - \log_3 27}{\log_3 7}$.

Đặt $t = \log_3 (x^2 - 16)$ ta được $t - 3\log_3 7 < \frac{t - 3}{\log_3 7}$

$\iff t \log_3 7 - 3\log_3^2 7 < t - 3 \iff t(\log_3 7 - 1) < 3(\log_3^2 7 - 1) \iff t < 3(\log_3 7 + 1)$.

Khi đó $\log_3 (x^2 - 16) < 3(\log_3 7 + 1) \iff x^2 - 16 < 3^{3(\log_3 7 + 1)}$

$\iff x^2 - 16 < 7^3 3^3 \iff x^2 < 9277 \iff -\sqrt{9277} < x < \sqrt{9277}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $x \in (-\sqrt{9277}; -4) \cup (4; \sqrt{9277})$.

Vì x là số nguyên nên $x \in \{-96; -95; \dots; -6; -5; 5; 6; \dots; 95; 96\}$ có 184 giá trị x thỏa bài toán..

🔍 Chọn đáp án **D** □

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} thỏa mãn $F(4) + G(4) = 4$ và $F(0) + G(0) = 1$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{4}$. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $G(x) = F(x) + C$.

$$\text{Giả thiết } \begin{cases} F(4) + G(4) = 4 \\ F(0) + G(0) = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 2F(4) + C = 4 \\ 2F(0) + C = 1 \end{cases} \iff F(4) - F(0) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = \frac{1}{2} (F(4) - F(0)) = \frac{3}{4}$$

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A. 17. B. 15. C. 3. D. 7.

Lời giải.

Hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có $y' = -4x^3 + 12x + m$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $-4x^3 + 12x + m = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt tức là đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $g(x) = 4x^3 - 12x$ tại 3 điểm phân biệt.

Hàm số $g(x) = 4x^3 - 12x$ có $g'(x) = 12x^2 - 12$ và bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$		8		-8		$+\infty$

Nên $-8 < m < 8$. Các giá trị nguyên của m là $\{-7; -6; \dots; 6; 7\}$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị.

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. 28. B. $18 + 4\sqrt{6}$. C. 14. D. $11 + 4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $2|z| = |z^2 - 3 - 4i| \geq ||z^2| - |3 + 4i|| = ||z|^2 - 5|$. Dấu “=” xảy ra khi $z^2 = k(-3 - 4i)$.

$$\text{Suy ra } 4|z|^2 \geq (|z| - 5)^2 \iff |z|^4 - 14|z|^2 + 25 \geq 0 \iff 7 - 2\sqrt{6} \leq |z|^2 \leq 7 + 2\sqrt{6}$$

$$\implies \sqrt{6} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{6} + 1. \text{ Do đó } M = \sqrt{6} + 1, m = \sqrt{6} - 1. \text{ Vậy } M^2 + m^2 = 14$$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp A'B, H \in A'B$. Ta có $AA' \perp (ABC) \supset BC$ nên $BC \perp AH$; mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp A'B$.

Do đó, $AH \perp (A'BC)$, hay $AH = d[A, (A'BC)] = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác $A'AB$ vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2}$ nên $A'A = a\sqrt{2}$.

Mà $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{2}$. Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = A'A \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn

$$f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2 \iff [xf(x)]' = 4x^3 + 4x + 2$

$$\iff xf(x) = x^4 + 2x^2 + 2x + C \iff f(x) = x^3 + 2x + 2 + \frac{C}{x}.$$

Do $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} nên $C = 0$. Do đó $f(x) = x^3 + 2x + 2, f'(x) = 3x^2 + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ là

$$x^3 + 2x + 2 = 3x^2 + 2 \iff x(x^2 - 3x + 2) = 0 \iff \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ m = 2 \end{cases}.$$

Nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng $\int_0^2 |f(x) - f'(x)| dx = \frac{1}{2}$

🔍 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 2m + 2$.

* $\Delta' < 0 \iff m < -1$. Phương trình có 2 nghiệm phức $|z_1| = |z_2| = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{m^2}$

Suy ra $|z_1| + |z_2| = 2 \iff 2\sqrt{m^2} = 2 \iff \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$ (loại)

* $\Delta' > 0 \iff m > -1$. Phương trình có 2 nghiệm thực z_1, z_2 .

Vì $ac = m^2 \geq 0$ nên $z_1, z_2 \geq 0$ hoặc $z_1, z_2 \leq 0$

Suy ra $|z_1| + |z_2| = 2 \iff |z_1 + z_2| = 2 \iff |3m + 2| = 2 \iff \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$ (loại)

Vậy có 2 giá trị của m .

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5; -1; 3)$ đến (P) bằng

- A. 5. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

d đi qua điểm $B(2; 1; 1)$ và có $\vec{u}_d = (2; 2; -3)$, ta có $\vec{AB} = (2; 0; -1)$ và $[\vec{AB}, \vec{u}_d] = (2; 4; 4) = 2(1; 2; 2) = 2\vec{n}_P$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua A và chứa d là $x + 2y + 2z - 6 = 0$

Vậy $d[M, (P)] = \frac{|5 + 2(-1) + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1$.

🔍 Chọn đáp án **C** □

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)?$$

- A. 89. B. 48. C. 90. D. 49.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$

$$\begin{aligned} \log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) &\leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x) \\ \iff \log_3(x^2 + y^2 + x) - \log_3 x &\leq \log_2(x^2 + y^2 + 24x) - \log_2(x^2 + y^2) \\ \iff \log_3\left(\frac{x^2 + y^2 + x}{x}\right) &\leq \log_2\left(\frac{x^2 + y^2 + 24x}{x^2 + y^2}\right) \\ \iff \log_3\left(\frac{x^2 + y^2}{x} + 1\right) - \log_2\left(1 - \frac{24x}{x^2 + y^2}\right) &\leq 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{x}$ ($t > 0$), bất phương trình (*) trở thành $\log_3(t + 1) - \log_2\left(1 - \frac{24}{t}\right) \leq 0$ (**).

Xét hàm số $f(t) = \log_3(t + 1) - \log_2\left(1 - \frac{24}{t}\right)$ trên $(0; +\infty)$,

có đạo hàm $f'(t) = \frac{1}{(t + 1)\ln 3} + \frac{24}{(t^2 + 24t)\ln 2} > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f(8) = \log_3(8 + 1) - \log_2\left(1 - \frac{24}{8}\right) = 0$,

suy ra bất phương trình (**) $\iff f(t) \leq f(8) \iff t \leq 8$

Tức là $\frac{x^2+y^2}{x} \leq 8 \iff x^2+y^2-8 \leq 0 \iff (x-4)^2+y^2 \leq 16$

Các cặp giá trị nguyên:

(1; -2), (1; -1), (1; 0), (1; 1), (1; 2)

(2; -3), (2; -2), (2; -1), (2; 0), (2; 1), (2; 2), (2; 3)

(3; -3), (3; -2), (3; -1), (3; 0), (3; 1), (3; 2), (3; 3)

(4; -4), (4; -3), (4; -2), (4; -1), (4; 0), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (4; 4)

(5; -3), (5; -2), (5; -1), (5; 0), (5; 1), (5; 2), (5; 3)

(6; -3), (6; -2), (6; -1), (6; 0), (6; 1), (6; 2), (6; 3)

(7; -2), (7; -1), (7; 0), (7; 1), (7; 2)

(8; 0)

Vậy có 48 cặp/

🔑 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 48: Cho khối nón có đỉnh S , chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $8\sqrt{2}$.

B. $\frac{24}{5}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\frac{5}{24}$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy khối nón. Ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \iff \frac{800\pi}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 \times 8 \iff R = 10$

Gọi O là tâm đường tròn đáy và I là trung điểm AB ta có $OI^2 = OA^2 - AI^2 = R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 64$.

Gọi H là hình chiếu của O lên SI , ta được OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) .

OH là đường cao trong tam giác vuông SOI nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} \iff OH^2 = 32$

Vậy khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) là $4\sqrt{2}$.

🔑 Chọn đáp án **(C)** □

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (4;5).

B. (3;4).

C. (2;3).

D. (6;7).

Lời giải.

Hình chiếu của B lên Oz là $H(0;0;6)$, $A \in Oz$ nên $d(B, OA) = BH = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

$S_{\triangle OAM} = 15$, $OA = 10$ nên $d(M, OA) = 3 = d(M, Oz)$, suy ra M thuộc mặt trụ trục Oz bán kính 3.

Phương trình mặt trụ $x^2+y^2=9$ (1)

Để MB ngắn nhất, thì M thuộc mặt phẳng (OAB) và $\widehat{OMA} = 90^\circ$ ($\triangle OAM$ không có góc tù).

Phương trình mặt cầu đường kính OA là $x^2+y^2+(z-5)^2=25$ (2)

Phương trình mặt phẳng (OAB) là $4x - 3y = 0$ (3)

Tọa độ M là nghiệm của hệ (1), (2), (3) giải được $M\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}; 9\right)$

$$\text{suy ra } MB = \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{13} \in (3; 4)$$

🔍 Chọn đáp án **(B)** □

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; +\infty)$ để hàm số $y = |x^3 + (a+2)x + 9 - a^2|$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 12.

B. 11.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + (a+2)x + 9 - a^2$. Có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + (a+2)$

* Nếu $a+2 \geq 0$ thì $f'(x) > 0 \forall x \in (0; 1)$ nên $f(x)$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(0; 1)$ thì $f(x) \geq 0 \forall x \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow f(0) \geq 0 \Leftrightarrow 9 - a^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq a \leq 3. \text{ Lấy } a \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$$

$$* \text{ Nếu } a+2 < 0 \text{ thì } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + (a+2) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{-\frac{a+2}{3}} \text{ hay } x = -\sqrt{-\frac{a+2}{3}}$$

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(0; 1)$ thì $f(x) \leq 0 \forall x \in (0; 1)$ và $1 \leq \sqrt{-\frac{a+2}{3}}$

$$\Leftrightarrow f(0) \leq 0 \text{ và } -3 \geq a+2 \Leftrightarrow 9 - a^2 \leq 0 \text{ và } a \leq -5. \text{ Lấy } a \in \{-9; -8; -7; -6; -5\}$$

Vậy có 11 giá trị nguyên của tham số a

🔍 Chọn đáp án **(B)** □