Lycée Lissane Eddine Ibn Al-Khatib : BTS (DSI)	Année scolaire : $2016/2017$

Devoir surveillé N2 (Durée 2h)

Exercice 1 : (12pts)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ par :

$$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\ln x}$$

On désigne par C_f la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
   Interpréter les résultats graphiquement.
2. (a) Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ et que : $f^{'}(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x(\ln x)^2}$
   (b) Dresser le tableau de variation de f.
3. Soit h la restriction de f à $]0,1[$.
   (a) Montrer que h réalise une bijection de $]0,1[$ sur un intervalle J que l'on précisera.
   (b) Montrer que léquation $h(x)=0$ admet dans $]0,1[$ une unique solution α et que :
   $$0,5<\alpha<0,6$$
   (c) En déduire que C_f coupe l'axe des abscisses en un seul point que l'on précisera.
4. Tracer C_f.
5. Tracer dans le même repère la courbe représentative de la fonction h^{-1}.
6. (a) Montrer que $h^{'}(\alpha)=-\frac{\alpha+1}{\alpha^3}$.
   (b) Monter que h^{-1} est dérivable en 0 et exprimer $(h^{-1})^{'}(0)$ en fonction de α.

,

Exercice 2 : (8pts)

On considère les intégrales suivantes :

$$A=\int_1^2\frac{x}{1+x}dx\qquad B=\int_1^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}\qquad C=\int_1^4\frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx\qquad D=\int_1^4\ln(1+\sqrt{x})dx$$

1. Calculer A.
2. Montrer que : $B=2A$.
3. Montrer que : $C=4\ln 3-2\ln 2-B$. En déduire C.
4. Calculer D.

Prof : Elhassan BOUKACHE

Bonne chance