PROFESSEUR : BEN TALEB MOHAMED	NOMBRES COMPLEXES	BAC SCIENCE
TEL 54 559 981	Série N° 6	Nbr Ex : 3

Exercice N°1 :

Le plan complexe est rapporté à ROND $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3$; $z_B = -i$ et $z_C = 2+3i$.

1) Placer les points A, B et C dans le plan $\mathscr{P}$.

2) a/ Calculer les modules : $|z_B - z_A|$ et $|z_C - z_A|$.

b/ Donner un argument de: $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduire la nature du triangle ABC.

3) a/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M(z) tels que : $|z+i| = 2$.

b/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M(z) tels que : $|iz-3i| = |z-2-3i|$.

Exercice N°2 :

On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives :
$z_A = 1+i$; $z_B = \sqrt{3}+i$; $z_C = 1-i\sqrt{3}$ et $z_D = (\sqrt{3}+1)+i(1-\sqrt{3})$.

1) a/ Écrire la forme exponentielle de z_A; z_B et z_C.

b/ Placer les points A, B et C dans le repère considéré.

c/Montrer que OBC est un triangle rectangle est isocèle.

2) a/ Vérifier que le point C est un point de cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 2.

b/ Montrer que la droite (CD) est tangente à ($\mathscr{C}$) en C.

3) On donne le nombre complexe : $z = z_A^3 z_B$.

a/Donner la forme algébrique de z_A^3 ; puis en déduire la forme algébrique de z.

b/ Donner la forme trigonométrique de z.

c/Déterminer alors les valeurs exactes de: $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

Exercice N°3 :

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ on donne les points :

A(-1) et B(i)

A tout point M d'affixe $z \neq 0$ on donne le point M' d'affixe $z' = \dfrac{i.(1+z)}{z}$

1/ Déterminer l'ensemble $E = \{ M(z)$ du plan tel que z' est imaginaire $\}$

2/ a) Vérifier que pour tout nombre $z \neq 0$, $(z'-i)\times(z) = i$

b) En déduire que lorsque M décrit le cercle $\zeta_{(O,1)}$, le point M' décrit un cercle ζ'

3/ on prend $z = e^{i\frac{\pi}{6}}$

a) Vérifier que $z' = 2i.\cos(\frac{\pi}{12}).e^{-i\frac{\pi}{12}}$

b) Donner la forme cartésienne de z et déduire que $z' = \frac{1}{2} + i.(\frac{2+\sqrt{3}}{2})$

c) Déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{12})$