EXERCICE 1

On considère un disque D_1 plein homogène d'un engin mécanique. Ce disque de masse m et de rayon r_1, peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par son centre (figure 1).

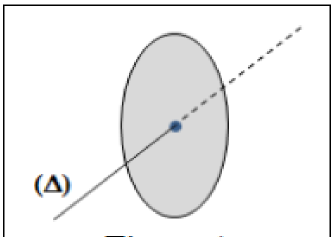


Figure 1

Le moment d'inertie du disque par rapport à (Δ) est $J_\Delta = \frac{1}{2} m.r_1^2$.

À l'instant $t_0 = 0$, on fait tourner le disque D_1 initialement au repos $(\theta_0 = 0)$, à l'aide d'un moteur qui exerce un couple moteur de moment $\mathcal{M}$ constant. Les frottements entre l'axe (Δ) et le disque D_1 sont équivalents à un couple résistant de moment $\mathcal{M}_f$ constant.

Données : $J_\Delta = 2,5.10^{-2}\,kg.m^2$; $\mathcal{M} = 10\ N.m$; $r_1 = 10\ cm$.

1. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, établir que l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_1$ du disque s'écrit: $\ddot{\theta}_1 = \frac{\mathcal{M}+\mathcal{M}_f}{J_\Delta}$.

2. Une étude expérimentale a permis d'obtenir le diagramme de vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ du disque (figure 2).

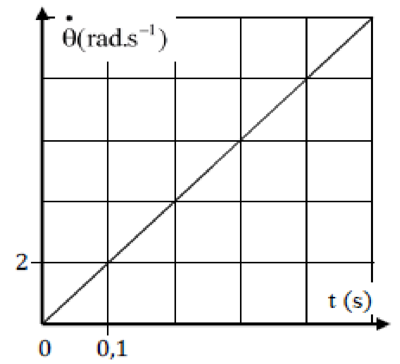


Figure 2

2.1. déterminer graphiquement la valeur de $\ddot{\theta}_1$.

2.2. Ecrire l'équation horaire $\theta(t)$ du mouvement du disque.

2.3. Déterminer la valeur du moment $\mathcal{M}_f$.

2.4. Déterminer, les valeurs de l'accélération tangentielle a_T et de l'accélération normale a_N d'un point M de la périphérie du disque à l'instant $t = 2s$.

3. On coupe le moteur à l' instant $t_1 = 3,8\,min$. La vitesse angulaire du disque à cet instant est $\dot{\theta}_1 = 4560\ rad.s^{-1}$. Le disque s'arrête après une durée Δt. Déterminer la durée Δt de la phase de freinage.

4. On considère un second disque D_2 du même engin, de masse $m' = m$, de rayon $r_2 = \frac{r_1}{2}$ et de moment d'inertie par rapport à l'axe (Δ) : $J'_\Delta = \frac{1}{2} m.r_2^2$. On suppose que D_2 est soumis au même couple moteur de moment $\mathcal{M}$ constant et même couple résistant de moment $\mathcal{M}_f$ constant.

L'accélération angulaire du mouvement de D_2 est notée $\ddot{\theta}_2$.

Comparer $\ddot{\theta}_1$ et $\ddot{\theta}_2$. Que peut-on conclure ?

EXERCICE 2

Le disque homogène d'une meule, de moment d'inertie $J_\Delta = 10^{-3}\,kg.m^2$, tourne à la vitesse angulaire $\omega = 900\,tr.min^{-1}$ autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan du disque et passant par son centre d'inertie.

1- Exprimer cette vitesse en $rad.s^{-1}$.

2- Le graphe de la figure 2 représente les variations de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction du temps lors de la phase de freinage jusqu'à l'arrêt de cette meule.

On choisit le début du freinage comme origine des dates $(t = 0)$ et comme origine des abscisses angulaires $(\theta = 0)$ à cet instant.

2-1- Quelle est la nature du mouvement du disque pendant cette phase ?

2-2- Indiquer la durée Δt de la phase de freinage.

2-3- Montrer que l'accélération angulaire $\ddot{\theta} = -2\,rad.s^{-2}$ pendant cette phase de freinage.

2-4- Ecrire l'équation horaire du mouvement du disque de la meule pendant la phase de freinage.

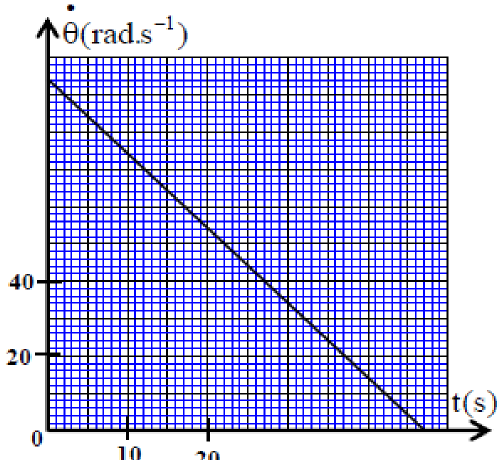


Figure 2

2-5-Pendant la phase de freinage, le disque est soumis à un couple de moment $\mathcal{M}_c$ constant.

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, déterminer le moment $\mathcal{M}_c$ du couple de freinage.(la somme des moments des autres actions est nulle).

EXERCICE 3

On accroche au système (S), un solide (C) de masse $m = 0,2$ kg par l'intermédiaire d'un fil inextensible, de masse négligeable enroulé sur la gorge de la poulie. Le système (S) peut tourner sans frottement autour d'un axe (Δ) fixe, horizontal passant par le centre de la poulie. Lors du mouvement le fil ne glisse pas sur la gorge de la poulie (figure 1).

On désigne par J_Δ le moment d'inertie de (S) par rapport à l'axe (Δ). On repère la position du centre d'inertie G du solide (C) par son abscisse z dans le repère $(O,\vec{k})$ lié à la Terre supposé galiléen.

À l'instant $t_0 = 0$, on libère (C) sans vitesse initiale.

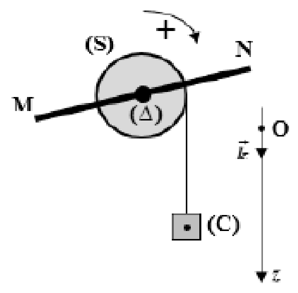


Figure (1)

__**Données :**__ - tous les frottements sont négligeables ;

- $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton au solide (C), exprimer l'accélération a_G du mouvement de G en fonction de m , g et T tension du fil, .

2. La figure (2) donne le diagramme des vitesses de G.

2.1. Déterminer la valeur de l'accélération a_G.

2.2. Montrer que la vitesse de G à l'instant $t_1 = 1$ s est $v_1 = 1,1\ m.s^{-1}$.

3. Calculer la valeur de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du mouvement du système (S).

4. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique de rotation au système (S), déterminer la valeur de J_Δ .

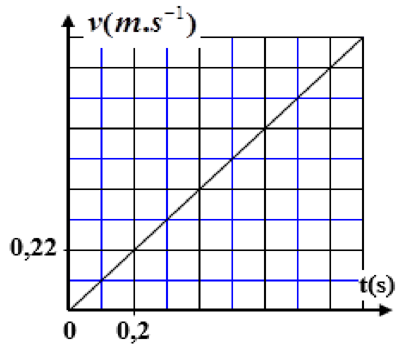


Figure (2)

EXERCICE 4

On considère le dispositif représenté par la figureci-dessous:

* S est un système en rotation constitué d'une poulie homogène à double gorges de rayons R_1 = 6cm et R_2 = $2R_1$d'une tige et de deux masselottes A et B supposés ponctuelles et de même masse fixées aux extrémités de la tige.

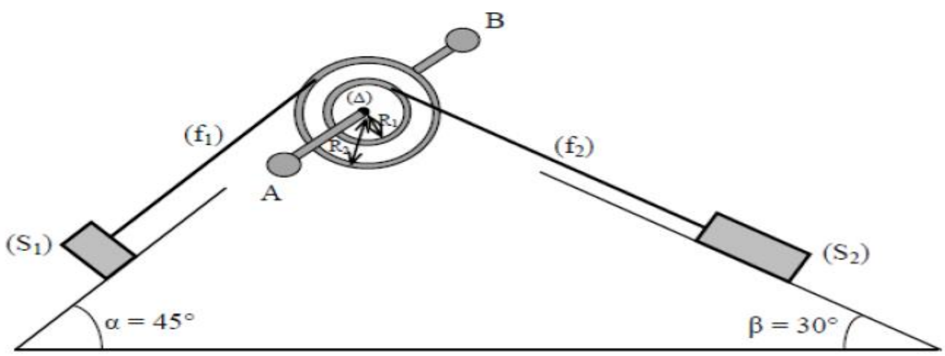
Le système S de moment d'inertie par rapport à (Δ) $J = 7,2\ .10^{-4}\ Kg.m^2$, est mobile sans frottement, au tour d'unaxe fixe (Δ) passant par le centre de la poulie.

* (f_1) et (f_2) deux fils inextensibles de masses négligeables.

* S_1 et S_2 deux solides de masses respectives m_1 = 200g et $m_2 = 4m_1$
S_1 est placé sur un plan rugueux incliné d'un angle α = 45° par rapport à l'horizontale. Le plan exerce sur S_1des frottements de valeur f = 0,5N.
S_2 est placé sur un plan parfaitement lisse et incliné d'un angle β = 30° par rapport à l'horizontale.
A un instant de date t = 0s, le système est abandonnée à lui-même sans vitesse initiale, le solide S_1 prend un mouvement rectiligne ascendant.
1°) Représenter les forces exercées sur S, S_1 et S_2.
2°) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique pour chacun des solides S_1, S_2 et pour le système S.
3°) a°) Montrer que la valeur de l'accélération angulaire ⍰ de S et de la forme:

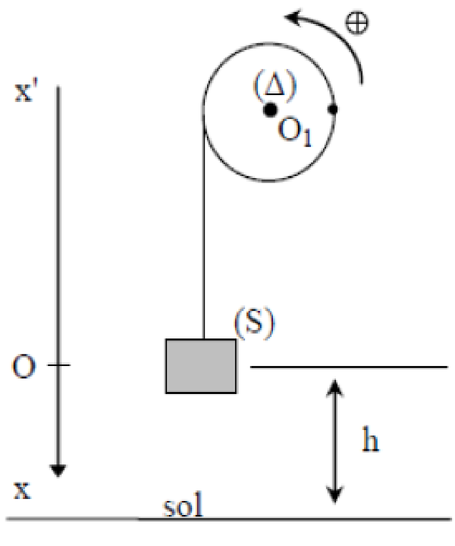
$$\ddot{\theta} = \frac{R_1\left[m_1 \,\|\vec{g}\|(8\sin\beta - \sin\alpha) - \|\vec{f}\,\|\right]}{(17\, m_1\, R_1^2 + J)}$$

b°) Calculer la valeur de$\ddot{\theta}$
4°) a°) Déterminer la vitesse angulaire de S à l'instant de date t_1 = 2s.
b°) Déterminer les distances d_1 et d_2 parcourues respectivement par S_1 et S_2 de t = 0s à t_1.
5°) A l'instant t_1, les deux fils sont coupés.
a°) Etudier le mouvement ultérieur du système S.
b°) Ecrire l'équation horaire du système S en prenant comme origine des abscisses angulaires la position du système à t = 0s.
c°) Sous l'effet d'un couple de freinage exercé sur la poulie, le système s'arrête après avoir effectué 20 tours. Déterminer la valeur du moment$\mathcal{M}_c$du couple de freinage supposé constant.



EXERCICE 5

Une poulie (P) de rayon R = 8cm et de moment d'inertie J = 96. 10^{-5} Kg.m²
est mobile autour de l'axe horizontal (Δ) passant par son centre.
On enroule sur la gorge de cette poulie un fil inextensible de masse négligeable.A l'extrémité libre du fil, on accroche un solide (S) de masse m =0,1Kg.
Le solide (S) supposé ponctuel, se trouve à une hauteur h = 4,4m, au-dessus du sol. On abandonne le système à lui-même sans vitesse initiale à l'instant de date t_0 = 0s.
1°) Montrer que le mouvement de (S) est rectiligne uniformément varié. Calculer son accélération.
2°) Une seconde après le début du mouvement, le fil supportant le solide (S) se détache de la poulie:
a°) Avec quelle vitesse et au bout de combien de temps le solide (S) atteint-il le sol?
b°) Quelle est la nature du mouvement ultérieure de la poulie (après détachement du fil)?



Ecrire l'équation horaire de ce mouvement. On prendra comme origine des abscisses angulaires la position du rayon O_1A à l'instant de date t_0 = 0s.
c°) On applique à la poulie un couple de freinage de moment $\mathcal{M}_f$constant. La poulie s'arrête après avoireffectué 10 tours en mouvement de rotation uniformément retardé. Calculer le moment du couple de freinage