

Ex : [7,5 pts] Détermination de l'inductance d'une bobine - énergie

On désire déterminer l'inductance L d'une bobine par deux méthodes différentes.

A- Circuit R, L

On considère le circuit électrique de la figure 1 qui comporte un générateur basses fréquences (GBF) monté en série avec un conducteur ohmique de résistance $R' = 1 \text{ k}\Omega$. Cet ensemble est branché aux bornes d'un dipôle formé de la bobine et d'un conducteur ohmique de résistance R réglable. (Voir figure 1).

Un oscilloscope est branché comme l'indique la figure. Cet oscilloscope visualise la tension $u_1 = u_{AM}$ aux bornes du conducteur ohmique R et $u_2 = u_{BM}$ aux bornes de la bobine. La touche ADD de l'oscilloscope permet d'observer la tension

$$u_S = u_1 + u_2.$$

Sur la figure 2, on a visualisé les courbes $u_1(t)$ et $u_S(t)$.

- On mesure la valeur de r et on trouve 8Ω . Quel appareil permet de mesurer simplement la résistance r de la bobine ?
- Exprimer en fonction de i , r , L et R les tensions suivantes :
 - $u_1 = u_{AM}$;
 - $u_2 = u_{BM}$;
 - $u_S = u_1 + u_2$.
- On ajuste la valeur de R à la valeur de r ($R = r$).

Montrer que dans ce cas, $u_S(t)$ peut se mettre sous la forme :

$$u_S(t) = - \frac{L}{R} \cdot \frac{du_1}{dt}.$$

4. En utilisant l'oscillogramme de la figure 2 :

- déterminer la période T de la tension délivrée par le GBF ;
- calculer sur un intervalle de demi-période la valeur de $\frac{du_1}{dt}$.
- déduire la valeur de L .

B- Circuit R, L, C

On réalise maintenant le montage de la figure 3 le circuit électrique de cette figure qui comporte un générateur de tension continue de f.é.m. E , un condensateur de capacité

$C = 20 \mu\text{F}$, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, deux conducteurs ohmiques

$R_1 = R_2 = 20 \Omega$ et deux interrupteurs K et K' .

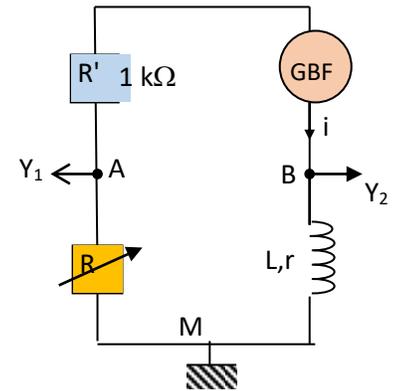
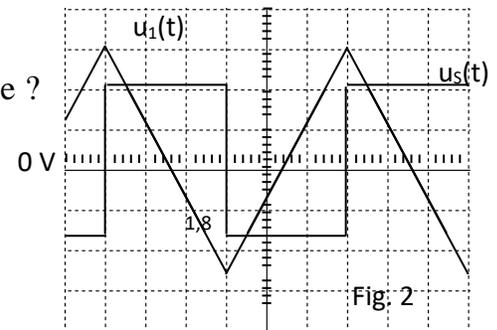


Fig. 1



Voie 1: $S_V = 0,1 \text{ V/div}$;

Voie (u_S): $S_V = 0,5 \text{ V/div}$;

Base time: $S_h = 5 \text{ ms/div}$.

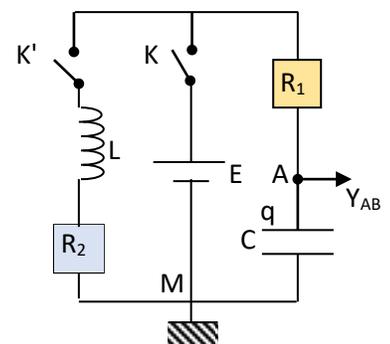


Fig. 3

On utilise un dispositif approprié pour enregistrer sur la voie A la tension $u_C = u_{AM}$ aux bornes du condensateur.

1- Charge du condensateur

Les deux interrupteurs sont initialement ouverts.

À un instant $t_0 = 0$, on ferme K (K' est maintenu ouvert). On obtient l'enregistrement de la figure 4, qui donne l'évolution de la tension u_C en fonction du temps.

1) Sachant que cette évolution est donnée par

$$u_C = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ déterminer les valeurs de } A \text{ et } \tau. \\ \text{En déduire celle de } E.$$

2) Justifier la valeur de C.

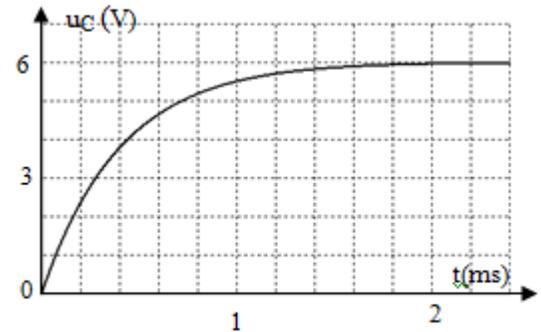


Fig. 4

2- Décharge du condensateur

Une fois le condensateur est chargé, on ouvre K, puis on ferme K'. Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. On suppose que l'enregistrement prend lieu à l'instant de fermeture de K'. (Voir figure 4)

1) On se place dans le cas idéal où la résistance totale du circuit est négligeable.

i) Établir l'équation différentielle vérifiée par q . (q étant la charge portée par l'armature A du condensateur).

ii) En déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations.

2) Dans la pratique la résistance totale du circuit n'est pas négligeable.

2.1) Déterminer, à partir de la figure 5, la pseudo-période T des oscillations.

2.2) En assimilant la pseudo-période T des oscillations à la période propre T_0 des oscillations libres, déterminer la valeur de l'inductance L .

3) 3.1) Déterminer l'énergie stockée dans le condensateur à la date $t = t_1$.

3.2) En négligeant la perte d'énergie sur un quart de période, calculer l'intensité du courant dans le circuit à la date $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$.

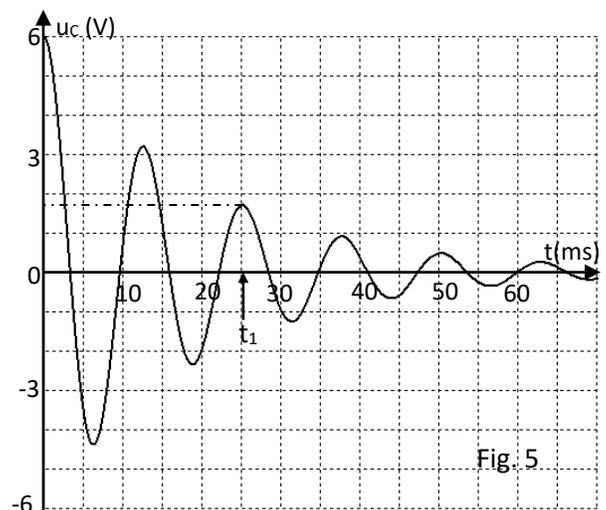


Fig. 5

Barème : by english language

| Ex 4 -[7.5 pts] | | Determination of the inductance of a coil - energy |
|-----------------|--|--|
| A-1 | Ohmmeter | 0.25 |
| A-2-a | $u_1 = u_{AM} = - Ri$ | 0.25 |
| A-2-b | $u_2 = u_{BM} = L \frac{di}{dt} + ri$ | 0.25 |
| A-2-c | $u_s = u_1 + u_2 = L \frac{di}{dt} + ri - Ri$ | 0.50 |
| A-3 | <p>Given $R = r \Leftrightarrow ri - Ri = 0 \Leftrightarrow u_s = L \frac{di}{dt}; i = \frac{u_1}{-R} \Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{du_1}{dt}$</p> <p>$\Leftrightarrow u_s = -\frac{L}{R} \frac{du_1}{dt}$</p> | 0.50 |
| A-4-a | $T = s_h \times x = 6 \times 5 = 30 \text{ ms}$ | 0.50 |
| A-4-b | $\frac{du_1}{dt} = \frac{(-3-3) \times 0.1}{3 \times 5 \times 10^{-3}} = -40 \text{ V/s}$ | 0.50 |
| A-4-c | $u_s = -\frac{L}{R} \frac{du_1}{dt} \Leftrightarrow 2 \times 0.5 = -\frac{L}{8} \times (-40) \Leftrightarrow L = 0.2 \text{ H}$ | 0.75 |
| B-1-a | <p>When t tends to ∞; $u_1 = A = 6 \text{ V}$</p> <p>At $t = \tau$; $u_1 = 63\% E = 0.63 \times 6 = 3.78 \text{ V}$; from the figure for $u_1 = 3.78 \text{ V} \Leftrightarrow \tau = 0.4 \text{ ms}$:</p> <p>$E = A = 6 \text{ V}$</p> | 0.75 |
| B-1-b | $\tau = RC \Leftrightarrow C = \frac{\tau}{R} = 2 \times 10^{-5} \text{ F} = 20 \mu\text{F}$ | 0.50 |
| B-2-a-i | <p>Case of $R_{\text{total}} = R_1 + R_2 = 0$; $u_{AM} = u_L$ and $u_{AM} = \frac{q}{c}$;</p> <p>and $u_L = L \frac{di}{dt}$; $i = -\frac{dq}{dt}$ discharging mode $\Leftrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$</p> <p>$\frac{q}{c} = -L \frac{d^2q}{dt^2} \Leftrightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$; differential equation of second order similar to</p> <p>$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$</p> | 0.75 |

| | | |
|-----------------|---|------|
| B-2-a-ii | By comparison $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Leftrightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC}$ | 0.25 |
| B-2-b-i | $T = 12.5 \text{ ms} = 0.0125 \text{ s}$ from the figure | 0.25 |
| B-2-b-ii | $T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \Leftrightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \cong 0.2 \text{ H}$ | 0.50 |
| B-2-c-i | At $t = t_1 = 25 \text{ ms}$; $u_1 = u_C = 1.8 \text{ V} \Leftrightarrow E_s = \frac{1}{2} C u^2 = 3.24 \times 10^{-5} \text{ J}$ | 0.50 |
| B-2-c-ii | <p>At $t = t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$; $u_C = 0 \Leftrightarrow$ electric energy is zero \Leftrightarrow magnetic energy is maximum and equal to the previous electric energy since no loss (given) Current is maximum \Leftrightarrow</p> $E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2 \Leftrightarrow i = \sqrt{\frac{2 \times 3.24 \times 10^{-5}}{0.2}} = 0.018 \text{ A}$ | 0.50 |